

Τ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
Τμήμα Πολιτικών Έργων Υποδομής

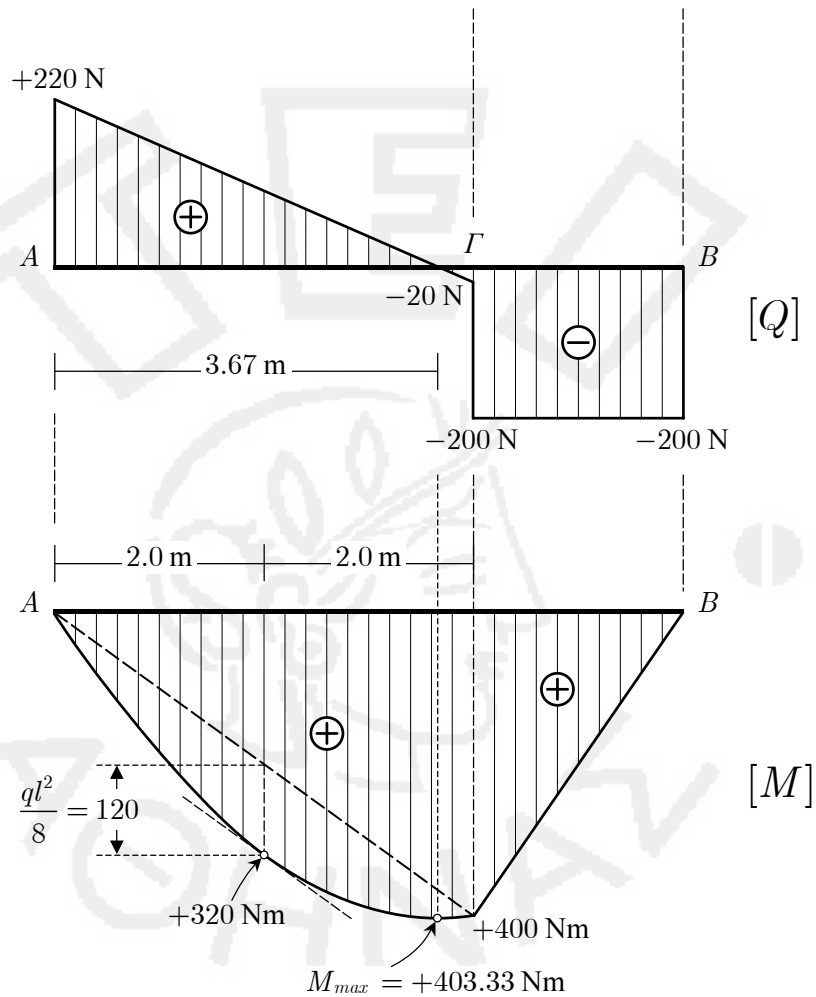
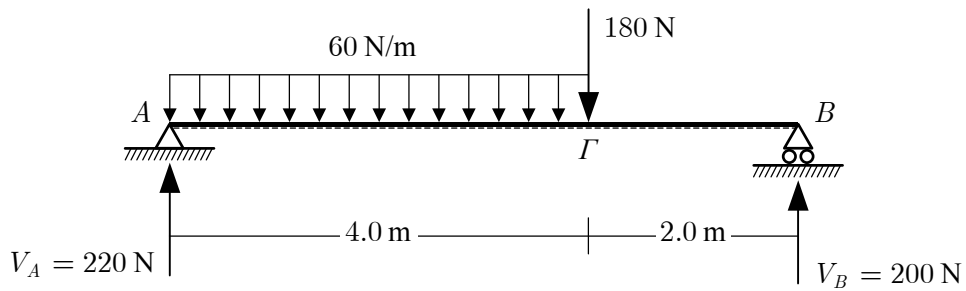
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑΤΙΚΗΣ Ι

Διαγράμματα Μ, Q, N Ισοστατικών Δοκών

Κόκκινος Τριαντ., Ph.D.

Δεκέμβριος 2010

Άσκηση 1



Αντιδράσεις: $\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 6V_B - 2 \times (60 \times 4) - 4 \times 180 = 0 \Rightarrow \underline{V_B = 200 \text{ N}}$

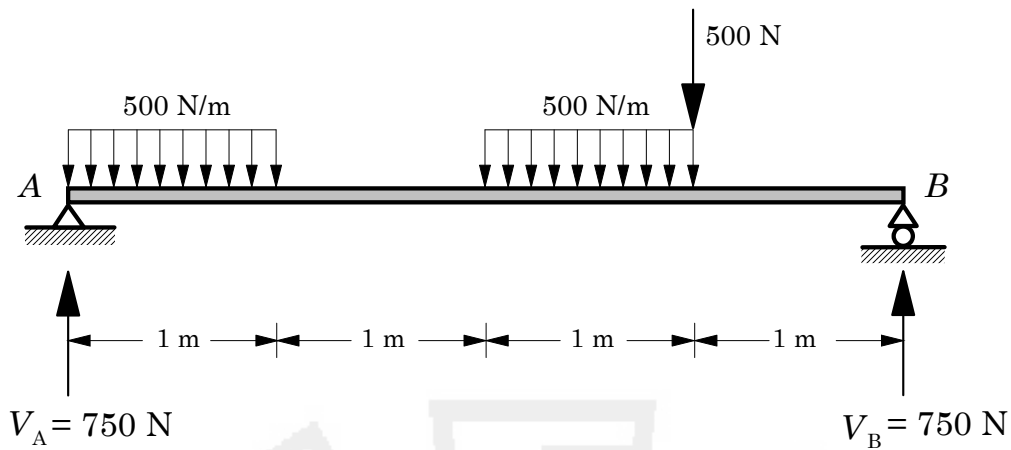
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - 4 \times 60 - 180 = 0 \Rightarrow \underline{V_A = 220 \text{ N}}$

Μέγιστη ροπή:

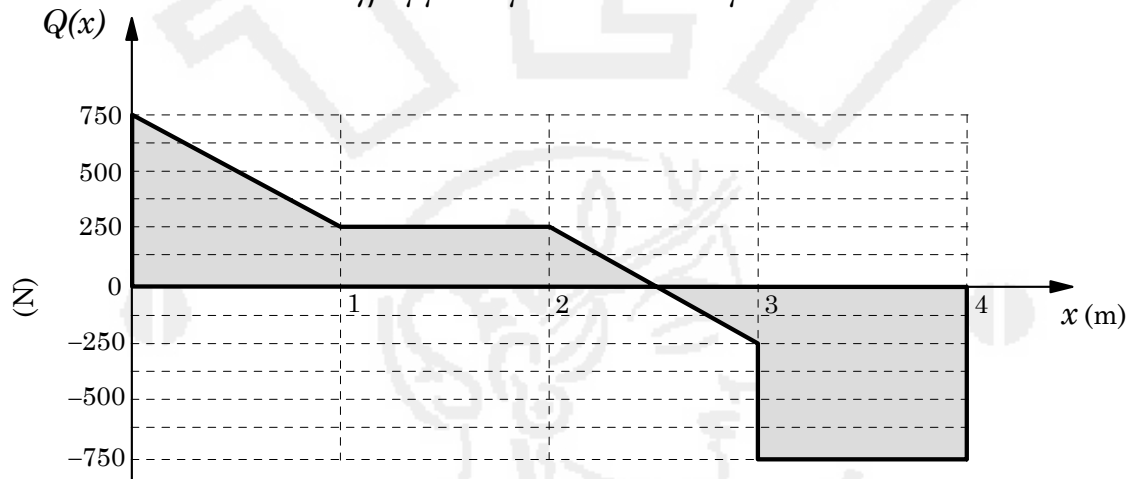
θέση μέγιστης ροπής (μηδενισμός τέμνουσας): $x = \frac{220 \text{ N}}{60 \text{ N/m}} = 3.67 \text{ m}$ (από το A)

$M_{max} = (\text{ροπή στο } A) + (\text{εμβαδόν διαγράμ. } Q \text{ από το } A \text{ έως } x = 3.67 \text{ m})$

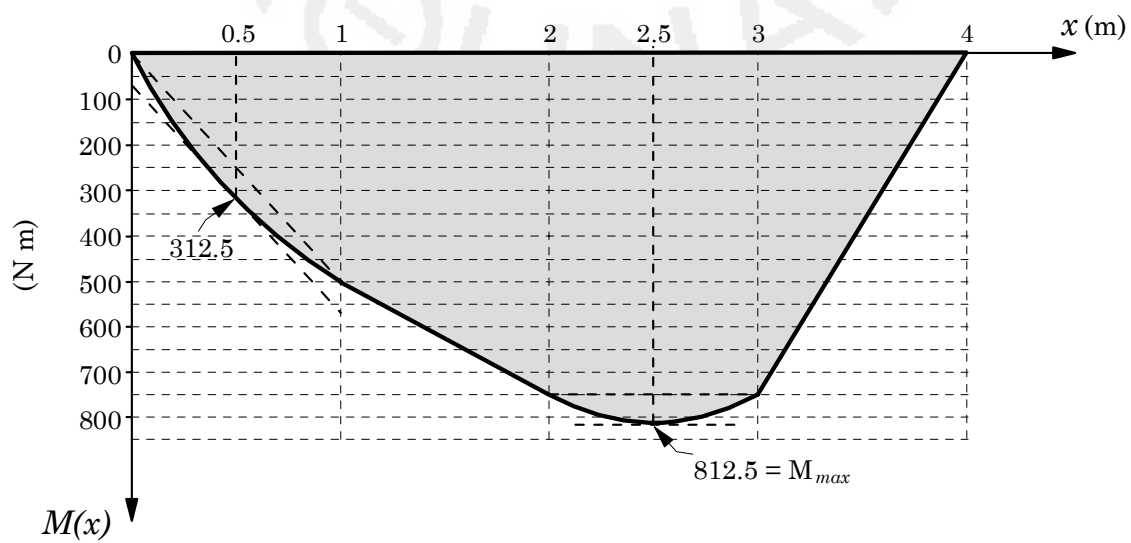
$\Rightarrow M_{max} = 0 + \frac{1}{2} 220 \text{ N } 3.67 \text{ m} \Rightarrow \underline{M_{max} = +403.33 \text{ Nm}}$

Άσκηση 2

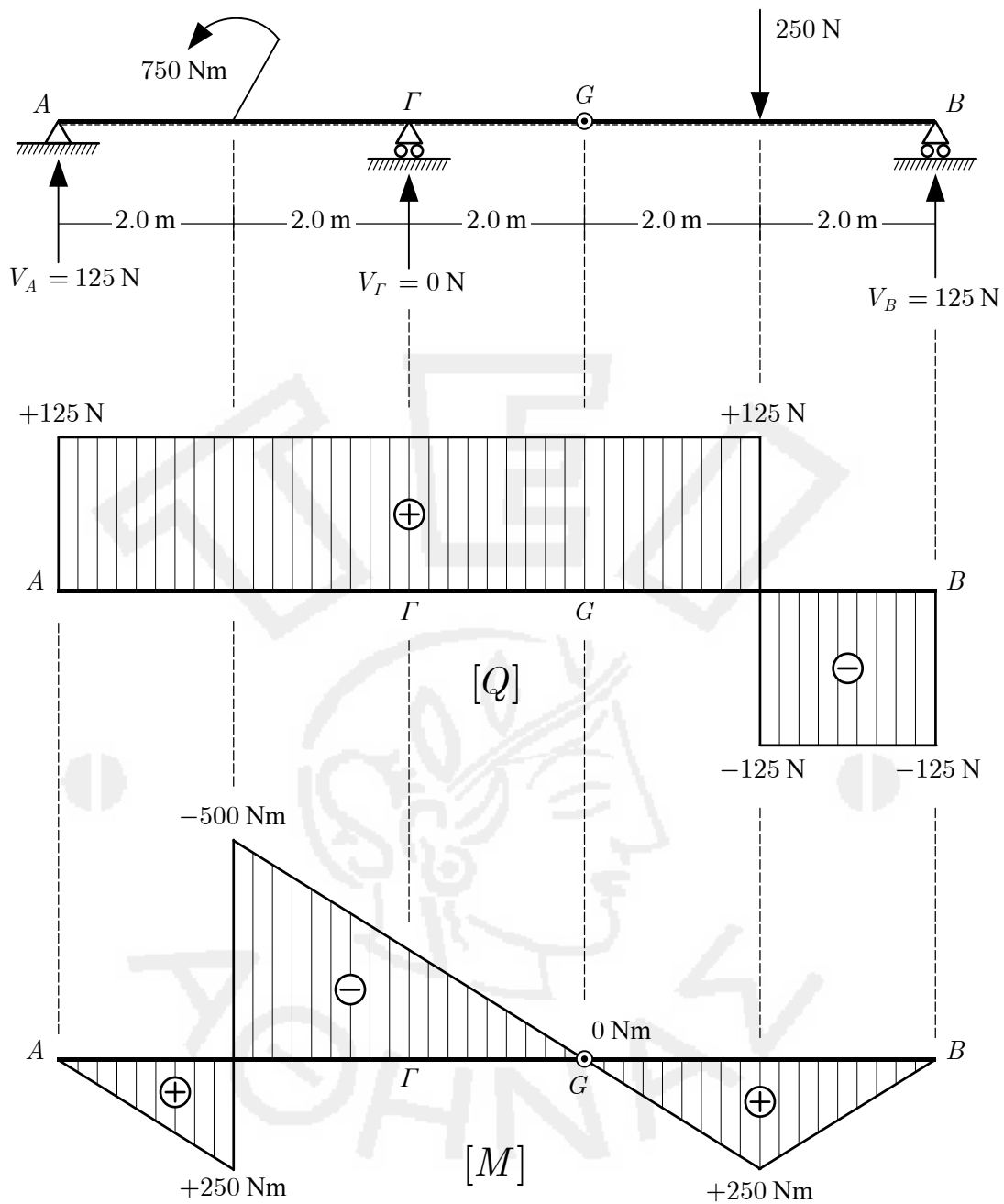
Διάγραμμα Τεμνουσών Δυνάμεων



Διάγραμμα Ροπών Κάμψης



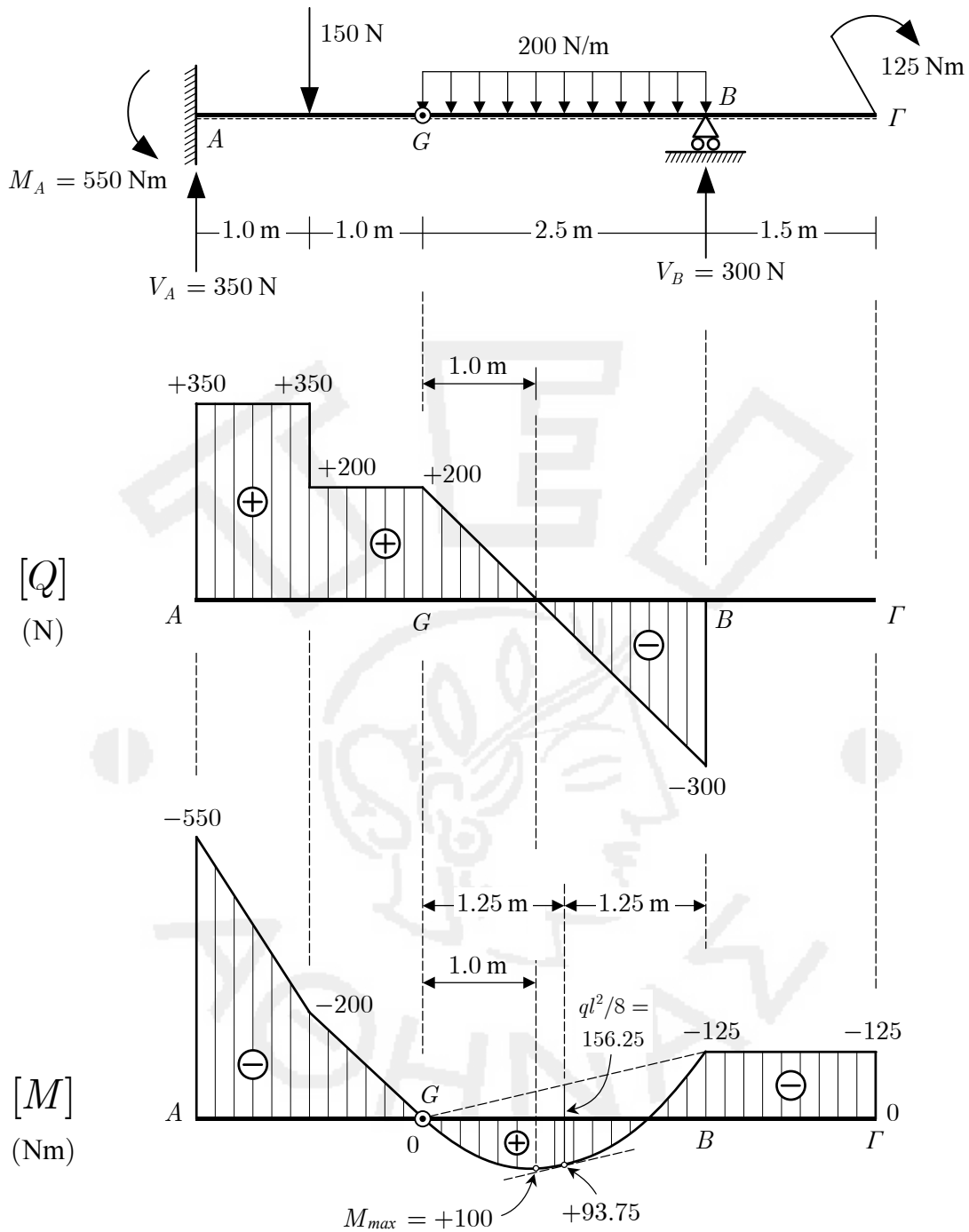
Άσκηση 3



Αντιδράσεις: $\Sigma M_G^{\delta\epsilon\zeta} = 0 \Rightarrow -4V_B + 2 \times 250 = 0 \Rightarrow \underline{V_B = 125 \text{ N}}$

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -750 - 4V_\Gamma + 8 \times 250 - 10 \times V_B = 0 \Rightarrow \underline{V_\Gamma = 0 \text{ N}}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B + V_\Gamma - 250 = 0 \Rightarrow \underline{V_A = 125 \text{ N}}$

Άσκηση 4

Αντιδράσεις: $\Sigma M_G^{\delta\epsilon\zeta} = 0 \Rightarrow -2.5V_B + 1.25 \times (2.5 \times 200) + 125 = 0 \Rightarrow \underline{V_B = 300 \text{ N}}$

$\Sigma M_A = -M_A + 1 \times 150 + 3.25 \times (2.5 \times 200) - 4.5 \times V_B + 125 = 0 \Rightarrow \underline{M_A = 550 \text{ Nm}}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - 150 - 2.5 \times 200 = 0 \Rightarrow \underline{V_A = 350 \text{ N}}$

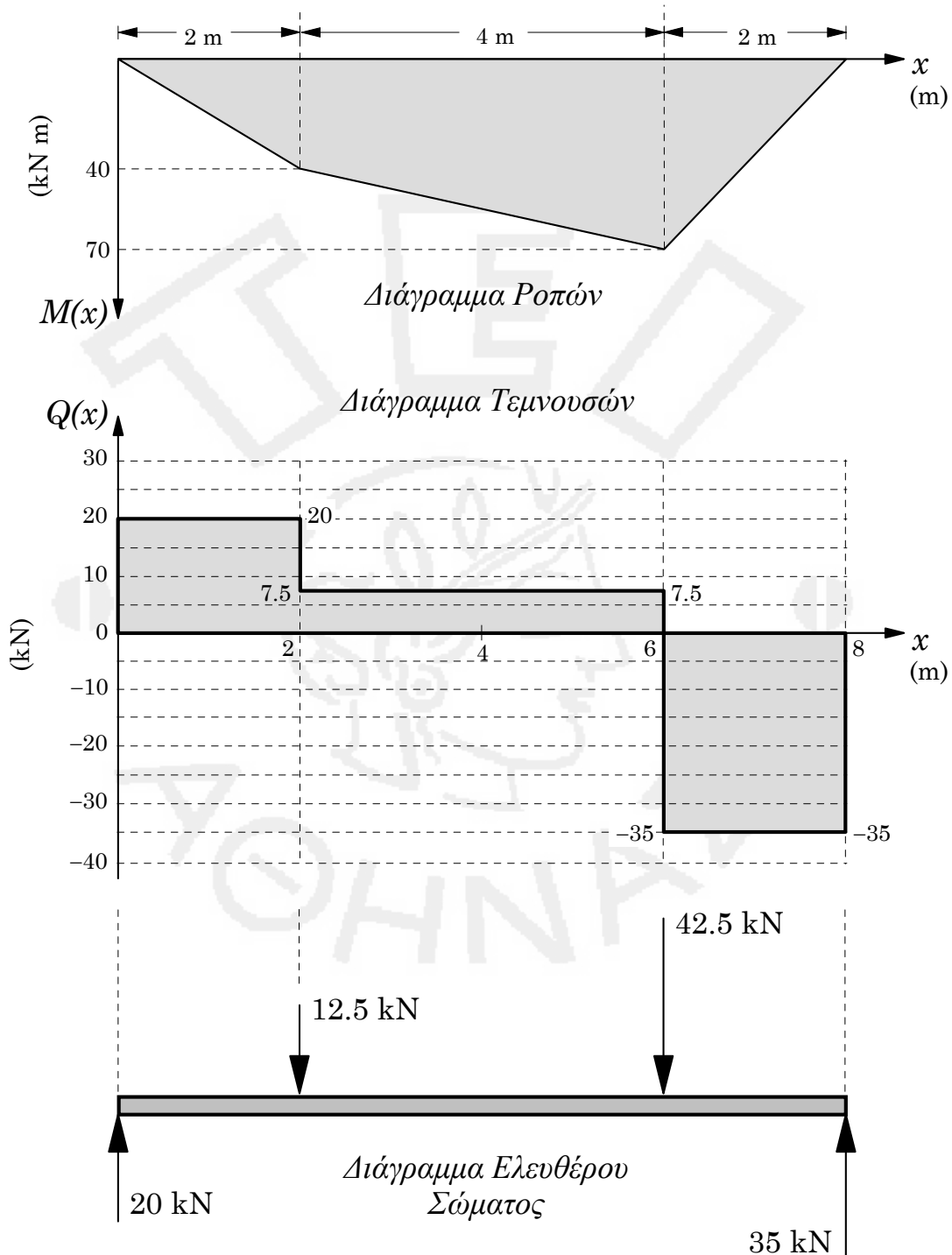
Μέγιστη ροπή: στη θέση $x = 200 \text{ N} / (200 \text{ N/m}) = 1.0 \text{ m}$ από το G (μηδενισμός της Q)

$M_{max} = (\text{ροπή στο G}) + (\text{εμβαδόν διαγράμ. Q από το G έως } x = 1.0 \text{ m})$

$\Rightarrow M_{max} = 0 + \frac{1}{2} 200 \text{ N} \times 1.0 \text{ m} \Rightarrow \underline{M_{max} = +100 \text{ Nm}}$

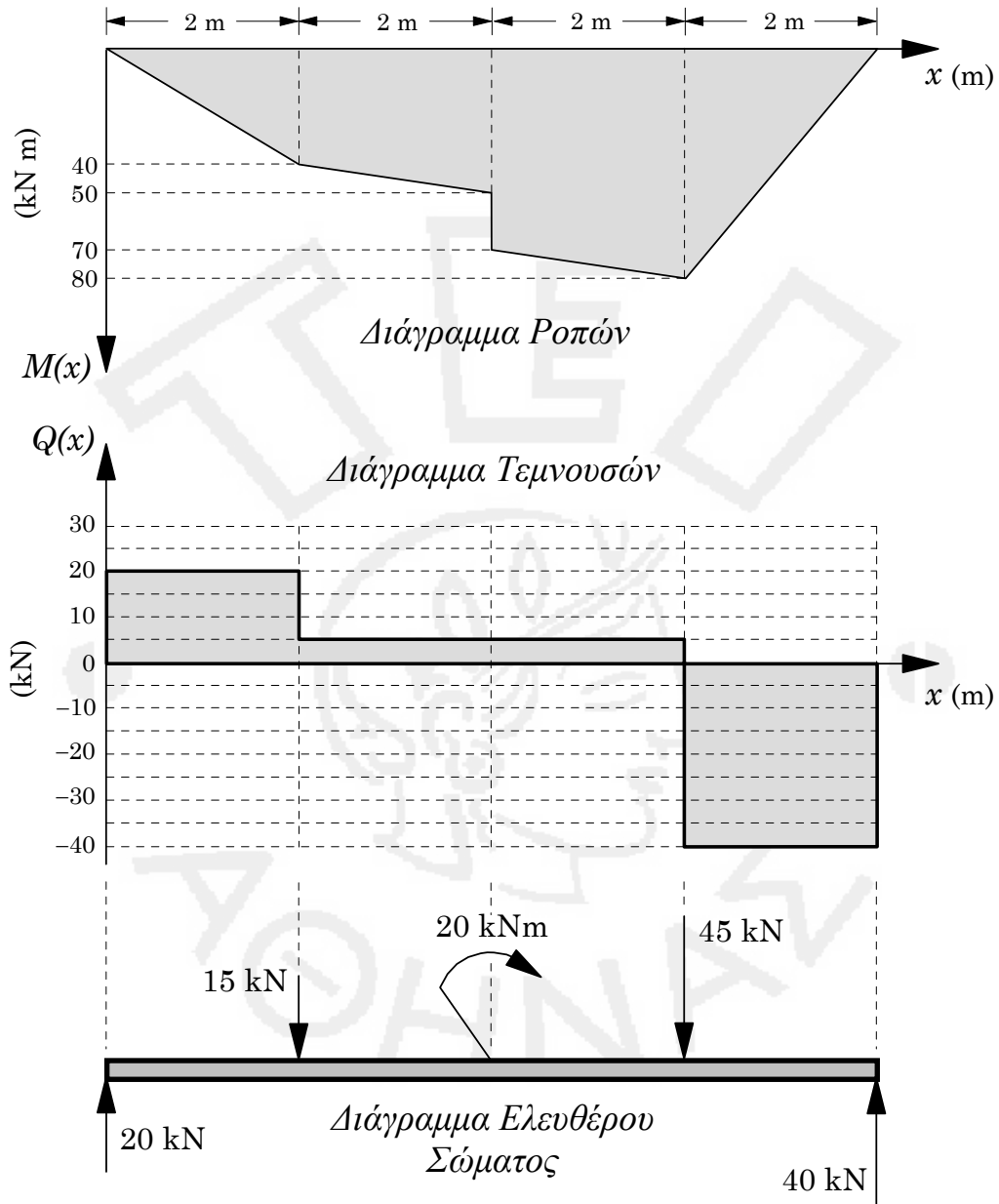
Άσκηση 5

Εάν δίνεται το διάγραμμα καμπτικών ροπών [M] της παρακάτω δοκού, να σχεδιασθεί το αντίστοιχο διάγραμμα τεμνουσών [Q] και να προσδιορισθεί η φόρτιση από την οποία παράγεται το συγκεκριμένο διάγραμμα ροπών.



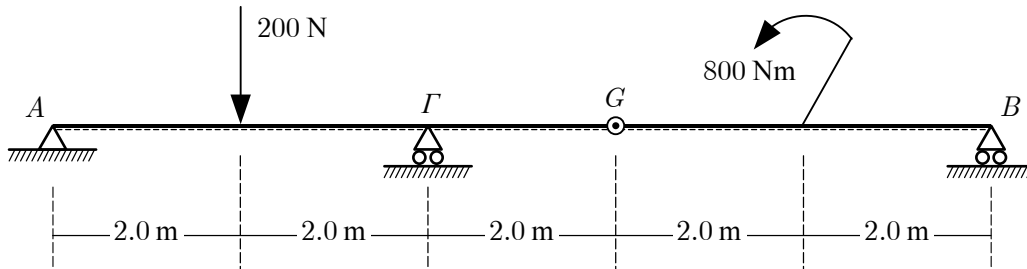
Άσκηση 6

Εάν δίνεται το διάγραμμα καμπτικών ροπών [M] της παρακάτω δοκού, να σχεδιασθεί το αντίστοιχο διάγραμμα τεμνουσών [Q] και να προσδιορισθεί η φόρτιση από την οποία παράγεται το συγκεκριμένο διάγραμμα ροπών.



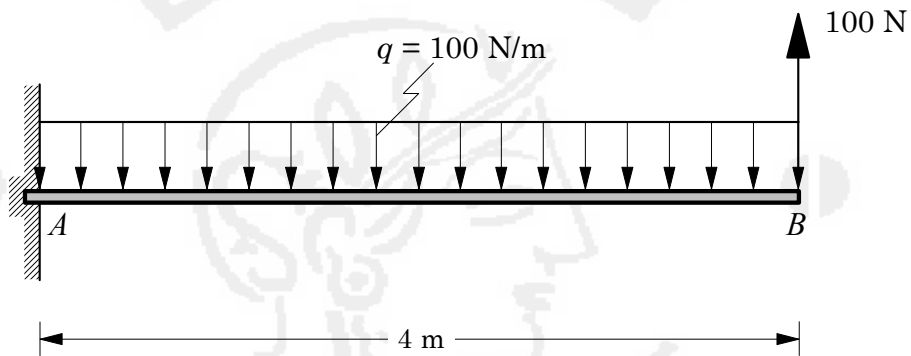
Άσκηση 7

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα [Q] και [M] για τη δοκό AB του σχήματος.



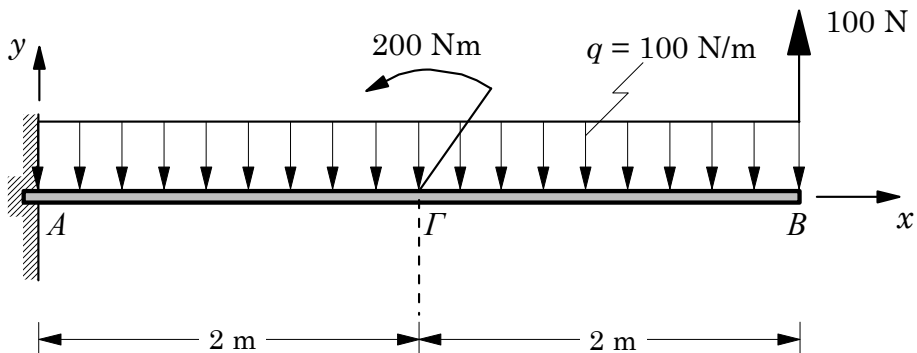
Άσκηση 8

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα [Q] και [M] για τη δοκό του σχήματος. Να προσδιορισθεί η τιμή της μέγιστης καμπτικής ροπής M_{max} , καθώς και η θέση όπου εμφανίζεται.



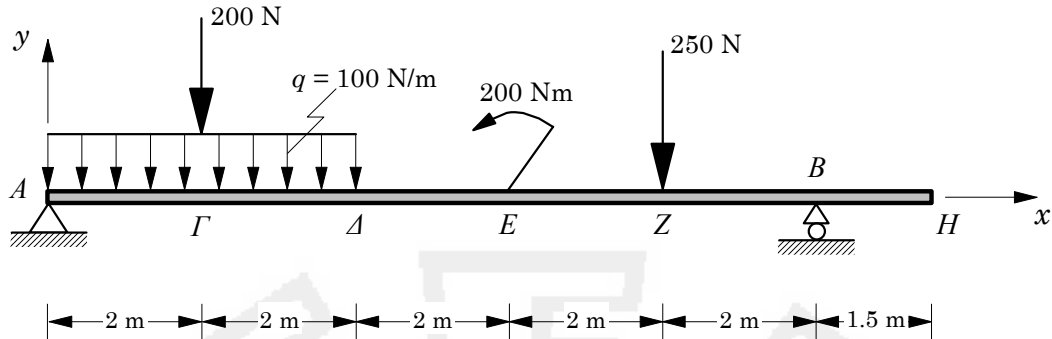
Άσκηση 9

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα [Q] και [M] για τη δοκό του σχήματος. Να προσδιορισθεί η τιμή και η θέση της μέγιστης καμπτικής ροπής M_{max} .

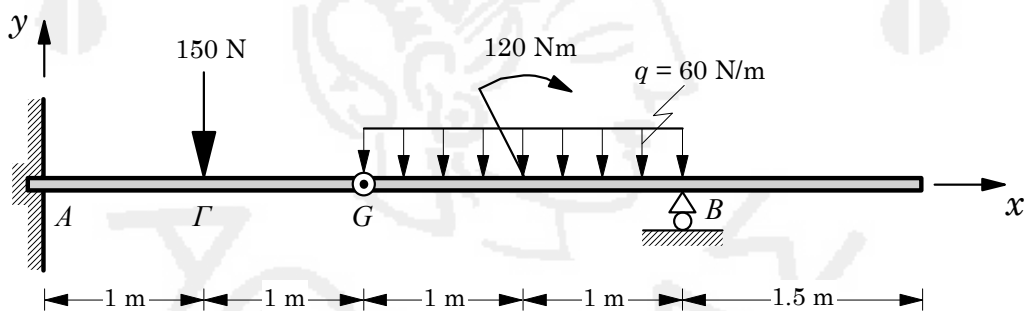


Άσκηση 10

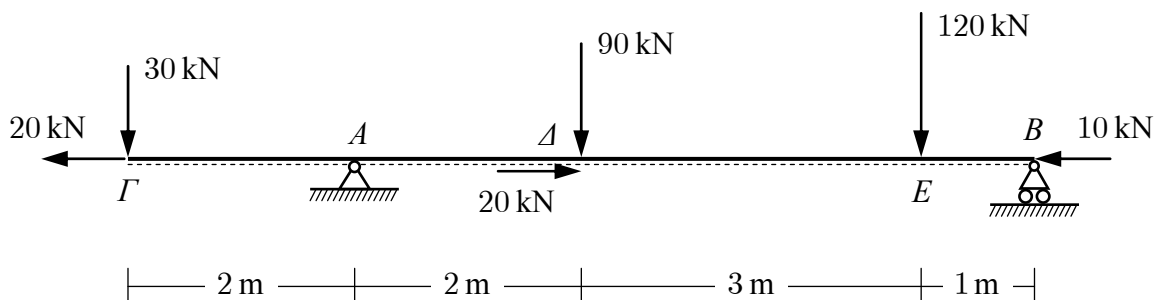
Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών και καμπτικών ροπών του φορέα. Να υπολογισθεί η μέγιστη καμπτική ροπή και να προσδιορισθεί η θέση που εμφανίζεται αυτή.

**Άσκηση 11**

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών και καμπτικών ροπών του φορέα. Να υπολογισθεί η μέγιστη καμπτική ροπή και να προσδιορισθεί η θέση που εμφανίζεται αυτή.

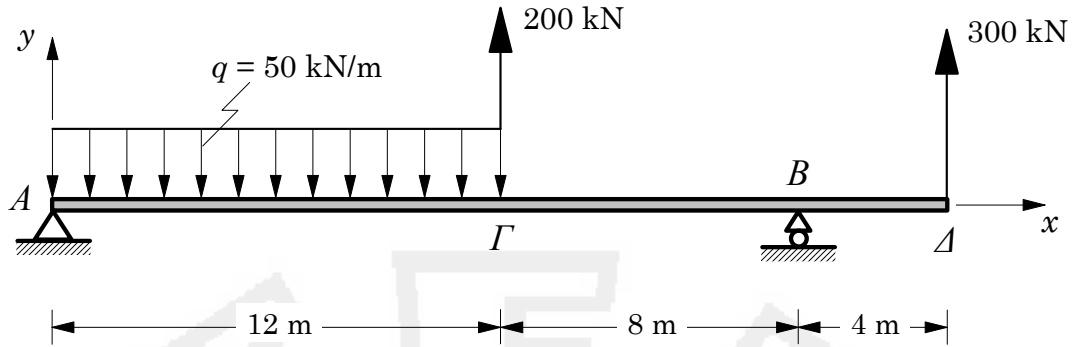
**Άσκηση 12**

Να επιλυθεί η μονοπροέχουσα δοκός του σχήματος και να σχεδιασθούν τα διαγράμματα αξονικών δυνάμεων [N], τεμνουσών δυνάμεων [Q] και καμπτικών ροπών [M].



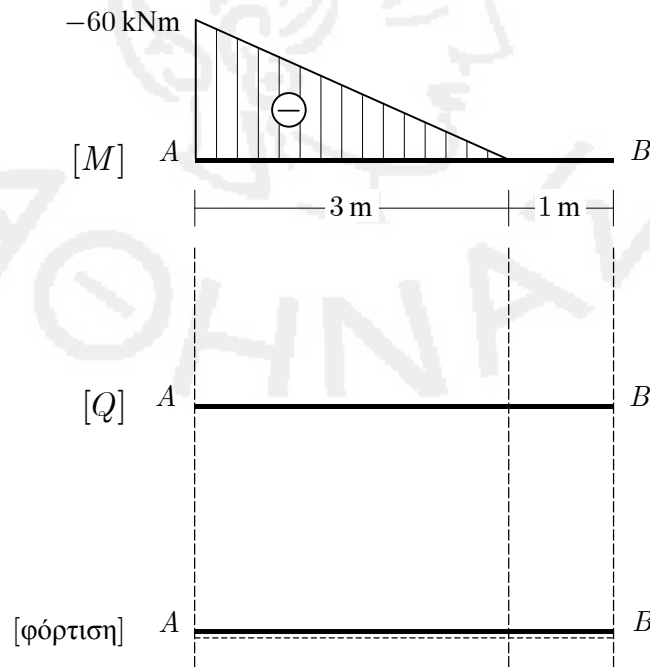
Άσκηση 13

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών και καμπτικών ροπών του φορέα. Να υπολογισθεί η μέγιστη καμπτική ροπή και να προσδιορισθεί η θέση που εμφανίζεται αυτή.



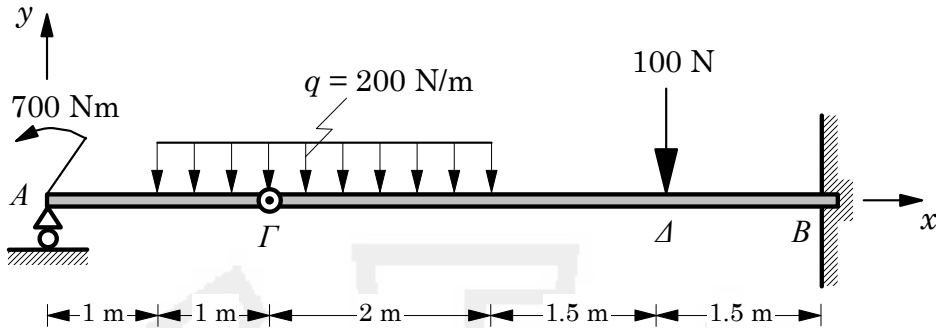
Άσκηση 14

Εάν δίνεται το διάγραμμα καμπτικών ροπών [M] της δοκού AB, να σχεδιασθεί το αντίστοιχο διάγραμμα τεμνουσών [Q] και να προσδιορισθεί η φόρτιση από την οποία παράγεται το συγκεκριμένο διάγραμμα ροπών.

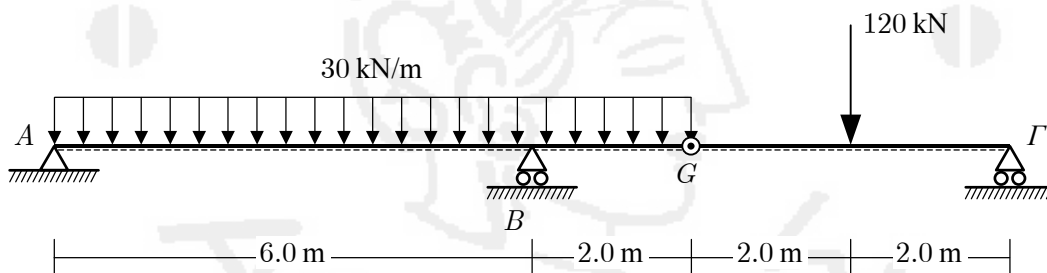


Άσκηση 15

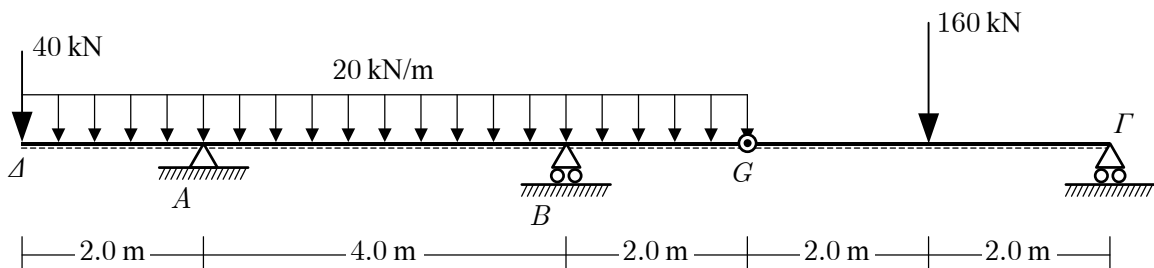
Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών και καμπτικών ροών του φορέα. Να υπολογισθεί η μέγιστη καμπτική ροπή και να προσδιορισθεί η θέση που εμφανίζεται αυτή.

**Άσκηση 16**

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων [Q] και καμπτικών ροών [M] του φορέα. Να υπολογισθεί η τιμή και η θέση της μέγιστης θετικής καμπτικής ροπής.

**Άσκηση 17**

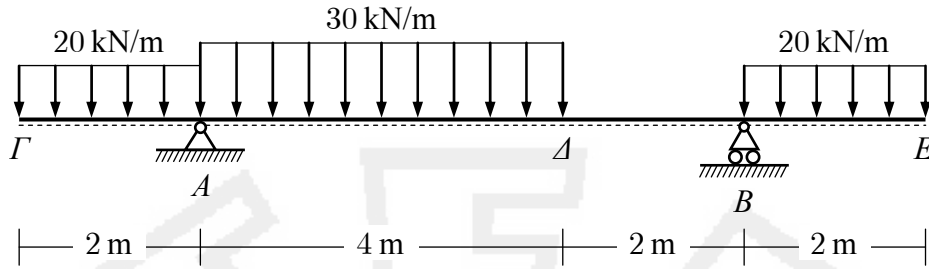
Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών [Q] και καμπτικών ροών [M] του φορέα και να προσδιορισθεί η μέγιστη θετική ροπή (τιμή και θέση).



Άσκηση 18

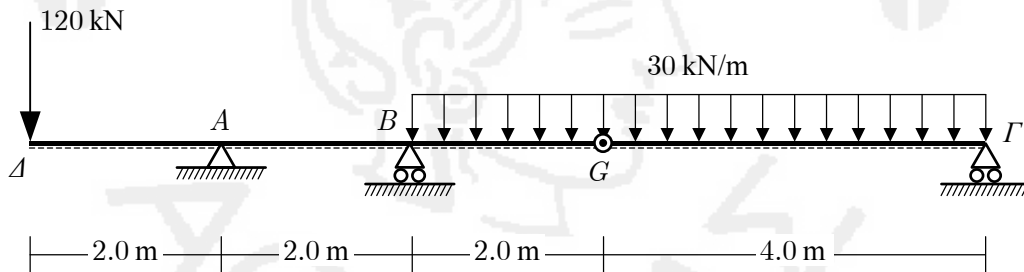
Για την αμφιπρόεξουσα δοκό του παρακάτω σχήματος, ζητούνται:

- (α) Οι αντιδράσεις στις στηρίξεις A και B . (0.5 μονάδα)
- (β) Τα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων και καμπτικών ροπών. (3.0 μονάδες)
- (γ) Η θέση και η τιμή της μέγιστης ροπής κάμψης. (0.5 μονάδα)



Άσκηση 19

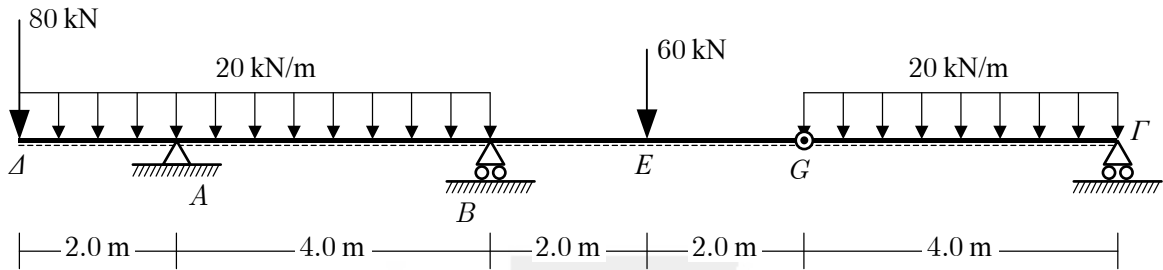
Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών [Q] και καμπτικών ροπών [M] του φορέα.



Απαντήσεις: $M_A = -240 \text{ kNm}$, $M_B = -180 \text{ kNm}$, $M_{x=7\text{m}} = +45 \text{ kNm}$,
 $M_{\text{max}} = +60 \text{ kNm}$ στη θέση $x = 8 \text{ m}$.

Άσκηση 20

Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα τεμνουσών [Q] και καμπτικών ροπών [M] του φορέα και να προσδιορισθούν οι μέγιστες ροπές (τιμή και θέση).



Απαντήσεις: $M_A = -200 \text{ kNm}$, $M_B = -280 \text{ kNm}$, $M_E = -80 \text{ kNm}$,
 $M_{\max} = -190 \text{ kNm}$ στη θέση $x = 1 \text{ m}$ δεξιά του A και
 $M_{\max} = +40 \text{ kNm}$ στη θέση $x = 2 \text{ m}$ δεξιά του G.

Άσκηση 21

Για τη δοκό Gerber του παρακάτω σχήματος, ζητούνται:

- Οι αντιδράσεις στις στηρίξεις A, B και Γ. (1.5 μονάδα)
- Η θέση και η τιμή της μέγιστης ροπής κάμψης στο άνοιγμα AB. (0.5 μονάδα)

