

«ΜΕΛΕΤΗ ΔΙΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΣΤΑΓΟΝΩΝ ΣΕ ΑΞΟΝΟΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΤΡΙΧΟΕΙΔΗ ΑΓΓΕΙΑ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ»

Νικόλαος Παπαρήστου

Διπλ. Πολιτικός Μηχανικός και Μεταπτ. Φοιτητής
ΔΧΤ, ΕΑΠ

nikoskak9@gmail.com, std159140@ac.eap.gr

Μάριος Βαλαβανίδης

Καθηγητής, Πανεπιστήμιο Δυτικής Ατικής και
Μέλος ΣΕΠ ΔΧΤ/ΣΘΕΤ ΕΑΠ

marval@uniwa.gr

Περίληψη – Αντικείμενο της εργασίας είναι η συστηματική διερεύνηση, κατόπιν θεωρητικής μελέτης, ενός στοιχειώδους προβλήματος της διφασικής ροής σε πορώδη μέσα, και συγκεκριμένα τη ροή σταγόνας ελαίου σε κορεσμένο με νερό αξονοσυμμετρικό και περιοδικά μεταβαλλόμενο τριχοειδές αγγείο. Κατόπιν προκαταρκτικής παραμετρικής διερεύνησης αναδείχθηκε η συστηματική συμπεριφορά του εν λόγω ροϊκού φαινομένου. Πραγματοποιήθηκε συστηματική ανάλυση και μελέτη της επίδρασης των κρίσιμων παραμέτρων. Ειδικότερα, στη ροϊκή ανάλυση συμπεριελήφθηκε το φαινόμενο της υστέρησης των γωνιών επαφής των δύο μηνίσκων (οπισθοχώρησης και προώθησης) που σχηματίζονται από τη συνεχή επαφή της σταγόνας στο τοίχωμα του τριχοειδούς αγγείου. Η ανάλυση και διερεύνηση του προβλήματος έγινε επί τη βάση αδιάστατων ή/και κανονικοποιημένων μεταβλητών /παραμέτρων. Η συστηματική αριθμητική διερεύνηση πραγματοποιήθηκε με τη χρήση του λογισμικού Matlab™. Τα αποτελέσματα φανερώνουν ισχυρά μη γραμμική συμπεριφορά τόσο των αντιστάσεων όσο και της δομής της ροής συναρτήσει τη μέσης μακροσκοπικής ταχύτητας των δύο ρευστών.

Λέξεις-Κλειδιά: Διφασική ροή, υστέρηση, γωνίες επαφής, μηνίσκοι, αξονοσυμμετρικό τριχοειδές αγγείο.

I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η **διφασική ροή σε πορώδη μέσα (2Φ ΠΜ)** είναι μια φυσική διεργασία, κατά την οποία δύο φάσεις ρέουν ταυτόχρονα μέσα σε ένα πορώδες μέσο. Ένα πορώδες μέσο (ΠΜ) περιλαμβάνει ένα πολύπλοκο δίκτυο διασυνδεδεμένων πόρων, δημιουργώντας δαιδαλώδεις διαδρομές ροής. Όταν οι δύο φάσεις είναι μη αναμίξιμες, η μία από τις δύο διαβρέχει (wetting phase - WP) τη στερεή επιφάνεια του πορώδους μέσου έναντι της άλλης, μη διαβρέχουσας φάσης (non-wetting phase - NWP). Το χαρακτηριστικό μέγεθος των πόρων είναι τέτοιο (τάξη μεγέθους μm - mm) ώστε η ροή των δύο φάσεων διατηρείται στην κλίμακα των συνεχούς. Οι δυνάμεις Young-Laplace, λόγω της παρουσίας διεπιφανειακών μηνίσκων που διαχωρίζουν σε κλίμακα πόρου τις δύο φάσεις και προσκολλώνται στο στερεό τοίχωμα των πόρων του δικτύου, είναι συγκρίσιμες με τις τοπικές, ιξώδεις αντιστάσεις, τύπου Navier-Stokes, ως αποτέλεσμα της βαθμίδας πίεσης που επάγεται από το σύνολο των μικροροών των κυρίως φάσεων (bulk phases).

Οι εφαρμογές της διφασικής ροής σε πορώδη μέσα είναι πολυάριθμες στους βιομηχανικούς τομείς της ενέργειας και του περιβάλλοντος, π.χ. βελτιωμένη

/τριτογενής απόληψη πετρελαίου, δέσμευση και γεω-ταμείωση/συλλογή CO₂, μόλυνση υπόγειων υδάτων και εδάφους και αποκατάσταση του, λειτουργία πολυφασικών αντιδραστήρων στάλαξης, λειτουργία κυψελών καυσίμου με μεμβράνη ανταλλαγής πρωτονίων κ.λπ. [Valavanides, 2018(b)]

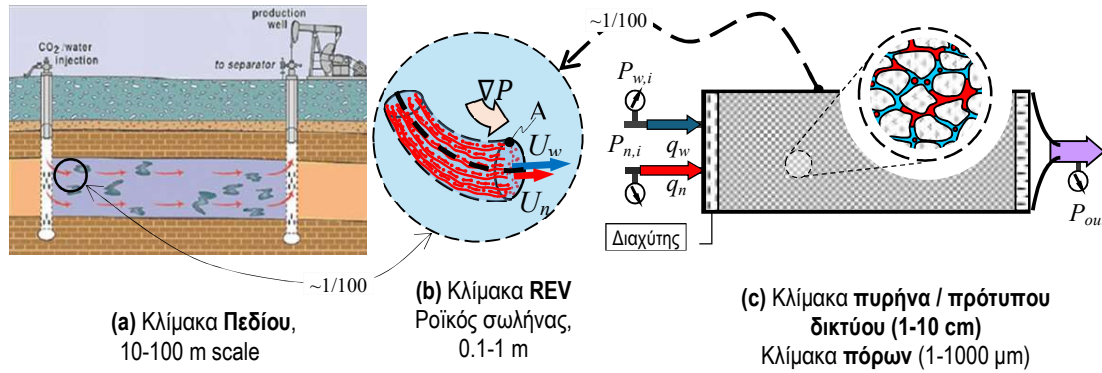
Οι **κλίμακες μεγέθους και χρόνου** παρατήρησης και περιγραφής της παραπάνω διεργασίας (μη αναμίξιμη ροή σε πορώδη μέσα) εκτείνονται σε πολλές τάξεις μεγέθους. Οι κρίσιμοι μηχανισμοί ροής εμφανίζονται σε περιοχές μεγέθους που εκτείνονται σε κλίμακες μm - mm , ενώ η συλλογική αλληλεπίδραση, μέσω κυρίως της ανταλλαγής ορμής μεταξύ των 2 μη αναμίξιμων φάσεων αλλά και της δομής του πορώδους δικτύου, εκτείνεται από τις δειγματοληπτικές κλίμακες δεκάδων cm π.χ. πυρήνες, έως κλίμακες εκατοντάδων m ή km π.χ. πεδία γεωταμειωτήρων, **Εικόνα 1(a)**. Επισημαίνεται ότι οι στοιχειώδεις ροϊκοί μηχανισμοί με τα αντίστοιχα μικρο-ρευστομηχανικά φαινόμενα εκτυλίσσονται και αυτά σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες. Για τους προαναφερθέντες λόγους, το πρόβλημα αντιμετωπίζεται αποτελεσματικά με την παρατήρηση, την ανάλυση και την περιγραφή της ροής σε διαφορετικές κλίμακες μεγέθους (ιεραρχική προτυποποίηση), ξεκινώντας από την κλίμακα του δικτύου πόρων όπου εκεί δημιουργούνται τα εγγενώς μη γραμμικά φαινόμενα, **Εικόνα 1(c)**. Ωστόσο, για την πλειονότητα των εφαρμογών, πρέπει να ολοκληρώσουμε αυτούς τους θεμελιώδεις μηχανισμούς ροής στον πολύ μεγαλύτερο **αντιπροσωπευτικό στοιχειώδη όγκο (Representative Elementary Volume - REV)**, **Εικόνα 1(b)**, όπου η διφασική ροή μπορεί να αντιμετωπιστεί ως ένα αποτελεσματικό (effective) μίγμα δύο αλληλεπιδρώντων ροών.

Ο REV σχετίζεται με διαδικασίες χωρικής στάθμισης (averaging) ή «επικλιμάκωσης» (up-scaling) κατά τις οποίες παρατηρούμε και περιγράφουμε συνολικά τα αλληλεπιδρώντα φαινόμενα Young-Laplace και ροής Stokes στην κλίμακα των πόρων και στη συνέχεια αναπτύσσουμε μια έκφραση για την ισοδύναμη, «μέση» ροή κάθε φάσης υπό την επίδραση μιας «μέσης» διαφοράς πίεσης, ως μια φαινομενολογική σχέση αιτίου (ισοδύναμες ροές) – αποτελέσματος (πτώση πίεσης), π.χ. την κλασματικού τύπου εξίσωση Darcy της σύνθετης ροής [Valavanides, 2018(a)]. Έχοντας τη σχέση αιτίου – αποτελέσματος σε μορφή καταστατικής εξίσωσης, μπορούμε να περιγράψουμε τη διεργασία στο επίπεδο που την παρατηρούμε. Επίσης μπορούμε να προβλέψουμε την εξέλιξη της διεργασίας σε προβλήματα εφαρμογών, δηλαδή υπό αρχικές και συνοριακές συνθήκες και περιορισμούς, είτε με αναλυτική είτε με αριθμητική

επίλυση, ενσωματώνοντας τις εκφράσεις REV σε προσομοιωτές πεδίου ή εν γένει κλίμακας αντίστοιχης με του εκάστοτε προβλήματος.

Η εκμείωση μιας φυσικά συνεπούς περιγραφής της ροής στην κλίμακα ΑΣΟ/REV είναι κρίσιμη. Για να εξαγάγουμε μια σωστή και αρκετά συγκεκριμένη καταστατική σχέση («νόμος») στην κλίμακα του REV πρέπει να αναπτύξουμε ένα θεωρητικό πρότυπο και στη συνέχεια να το επικυρώσουμε με κατάλληλες

εργαστηριακές μετρήσεις σε όσο το δυνατό ευρύτερο πεδίο συνθηκών. Με πειράματα προσπαθούμε επίσης να αξιολογήσουμε τις σχετικές «σταθερές» και τις παραμέτρους που εμφανίζονται στον «νόμο» του REV. Στην περίπτωση 2ΦΠΜ, η επικύρωση του σχετικού προτύπου (κλασματική μορφή του νόμου Darcy), προκύπτει από μια ευρέως καθιερωμένη διαδικασία, που ονομάζεται Special Core Analysis Lab (SCAL) ή Ειδικό Εργαστήριο Ανάλυσης Πυρήνων.



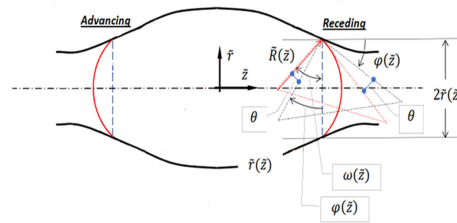
Εικόνα 1 Τυπικές κλίμακες παρατήρησης / περιγραφής και προτυποποίησης διεργασιών διφασικής ροής σε πορώδη μέσα. (a) Η κλίμακα του πεδίου. (b) Η κλίμακα Darcy (ή ροϊκή φλέβα REV) του προτύπου της κλασματικής ροής. (c) Τυπικός κυλινδρικός πυρήνας πορώδους μέσου ή επίπεδου, πρότυπου πορώδους δικτύου, και επιβαλλόμενες συνθήκες ροής - εξαναγκασμένη ταυτόχρονη συνέγχυση (co-injection) δύο μη αναμίξιμων φάσεων. Απεικονίζεται σχηματικά η εξέλιξη της εσωτερικής δομής της σύνθετης ροής, ως προοδευτική μεταβολή της κατανομής μεγέθους των αποκομμένων τμημάτων της μη διαβρέχουσας φάσης –στο άνω μέρος του πυρήνα).

Για την εκμείωση μιας φυσικά συνεπούς περιγραφής της ροής στην κλίμακα ΑΣΟ/REV πολλές φορές ξεκινάμε από την ανάλυση μιας στοιχειώδους (σχετικά απλής) ροής σε ένα στοιχειώδες πρότυπο πόρου (διφασική ροή σε πρότυπο κελί), και στη συνέχεια συνθέτουμε την ροϊκή αλληλεπίδραση μεγάλου πληθυσμού στοιχειωδών 2Φ ροών σε πρότυπα κελιά με τις προαναφερθείσες διαδικασίες χωρικής στάθμισης (averaging) ή «επικλιμάκωσης» (up-scaling).

Οι υδροδυναμικές ιδιότητες της 2ΦΠΜ ελέγχονται από πλήθος φυσικών παραγόντων: φυσικοχημικές ιδιότητες ρευστών, όπως τα ιξώδη και η διεπιφανειακή τάση μεταξύ των ρευστών, η διαβρεκτικότητα των δύο φάσεων επί των τοιχωμάτων του πορώδους δικτύου, γεωμετρικές και τοπολογικές ιδιότητες όπως το μέγεθος, το σχήμα και η διασύνδεση των μικροαγγείων και πόρων του μέσου στον οποίο ρέουν τα υγρά, και, φυσικά, η απόλυτη διαπερατότητα του πορώδους δικτύου.

Ένα τυπικό, στοιχειώδες πρόβλημα 2Φ ροής σε πορώδες κελί είναι αυτό που εξετάζουμε στην παρούσα εργασία και απεικονίζεται στο σκαρίφημα στην **Εικόνα 2**. Σε αυτό απεικονίζεται μία σταγόνα, της μη-διαβρέχουσας φάσης («έλαιο», δείκτης “n”), να κινείται εντός ενός αξονοσυμμετρικού τριχοειδούς αγγείου, κορεσμένου με τη διαβρέχουσα φάση («αέρο», δείκτης “w”). Η σταγόνα περιορίζεται από τους δύο μηνίσκους (κόκκινες σφαιρικές επιφάνειες), αριστερά ο ανάντη της σταγόνας προωθούμενος μηνίσκος (advancing) και δεξιά ο κατάντη, υποχωρούν μηνίσκος (receding). Το αξονοσυμμετρικό τριχοειδές αγγείο έχει περιοδικά μεταβαλλόμενη εσωτερική διάμετρο. Η ροή πραγματοποιείται από τα αριστερά προς τα δεξιά. Η διαμόρφωση του στοιχειώδους

προβλήματος είναι κλασική και σχετικά απλή για άμεσους αναλυτικούς υπολογισμούς. Παρά τη φαινομενική της απλότητα είναι επαρκώς αντιπροσωπευτική των ροϊκών και φυσικοχημικών μηχανισμών που διέπουν το φαινόμενο. Χρησιμοποιείται με διάφορες παραλλαγές και διαφορετικούς βαθμούς πιστής ενσωμάτωσης όλων των κρίσιμων μηχανισμών από ερευνητικές ομάδες [Sinha *et al.*, 2013 & 2017, Valavanides, 2018(a), Yiotis *et al.*, 2021, Cheon *et al.*, 2023].



Εικόνα 2: Απεικόνιση σταγόνας εντός αξονοσυμμετρικού, ημιτονοειδούς τριχοειδούς αγγείου. Η σταγόνα περιορίζεται από τους δύο μηνίσκους (κόκκινες σφαιρικές επιφάνειες), αριστερά ο ανάντη της σταγόνας προωθούμενος μηνίσκος (advancing) και δεξιά ο κατάντη, υποχωρούν μηνίσκος (receding). Η ροή θεωρείται από τα αριστερά προς τα δεξιά.

Οι κύριες αδιάστατες παράμετροι με τις οποίες περιγράφεται το στοιχειώδες πρόβλημα είναι: ο λόγος των ιξωδών των δύο ρευστών ($\kappa = \mu_n / \mu_w$)

$$\kappa = \tilde{\mu}_n / \tilde{\mu}_w \quad (1)$$

ο τριχοειδής αριθμός, Ca , ήτοι ο λόγος ιξωδών δυνάμεων προς τριχοειδείς δυνάμεις, που αναπτύσσονται κατά την επαφή των διεπιφανειών μεταξύ των δύο ρευστών, στα τοιχώματα των τριχοειδών αγγείων στα οποία πραγματοποιείται η ροή. Συμβατικά αποτιμάται ως

$$Ca = \tilde{\mu}_w \tilde{U}_w / \tilde{\gamma}_{nw} \quad (2)$$

Η διαβρεκτικότητα του τοιχώματος των τριχοειδών αγγείων από τη μία φάση έναντι της άλλης παρούσας φάσης, και το συνοδό φαινόμενο της υστέρησης που είναι αποτέλεσμα αλλά και περιγράφεται από τις διαφορετικές τιμές της γωνίας επαφής μεταξύ των μηνίσκων που οπισθοχωρούν, θ_{rec} (receding, ο μηνίσκος στο ανάντη μέτωπο της σταγόνας) και των μηνίσκων προώθησης, θ_{adv} (advancing, ο μηνίσκος στο κατάντη μέτωπο).

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι γενικά η υστέρηση δεν συμπεριλαμβάνεται επαρκώς στα μοντέλα αυτού του τύπου [Sinha *et al.*, 2013 & 2017, Cheon *et al.*, 2023] με αποτέλεσμα να υπάρχουν αστοχίες στην πιστή πρόβλεψη της συμπεριφοράς 2ΦΠΜ σε χαμηλές ταχύτητες ροής. Αντίθετα στις εργασίες [Valavanides, 2018(a), 2018(b)] έχει συμπεριληφθεί η υστέρηση με πολύ πιστότερη πρόβλεψη των εγγενών χαρακτηριστικών της ροής από μέσω συστηματικών εξομοιώσεων σε ευρύ φάσμα συνθηκών ροής και διαφορετικά διφασικά συστήματα.

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η ανάδειξη της σημαντικότητας των τριχοειδών αντιστάσεων που σχετίζονται με την ύπαρξη και κίνηση των μηνίσκων έναντι των ιξωδών αντιστάσεων από την ροή των σωματιδίων των δύο φάσεων.

II. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Στα πλαίσια θεωρητικής ανάλυσης, η γεωμετρία του τριχοειδούς αγγείου και των μηνίσκων (κινηματικός καταναγκασμός) αλλά και η ροή (κινητικό αποτέλεσμα), περιγράφονται από τις παρακάτω εκφράσεις.

Κινηματική/γεωμετρική περιγραφή της ροής (kinematics)

Η ακτίνα, \tilde{r} , του τριχοειδούς αγγείου για διαφορετικές θέσεις, \tilde{z} , κατά μήκος του άξονα,

$$\tilde{r}(\tilde{z})/\tilde{r}_0 = 1 - a \cos(2\pi \tilde{z}/\tilde{L}) \quad (3)$$

Η ακτίνα καμπυλότητας του μηνίσκου προώθησης, \tilde{R}_a , και του μηνίσκου υποχώρησης, \tilde{R}_r , θεωρώντας ότι αυτοί αποτελούν σφαιρικά τμήματα

$$\tilde{R}_a(\tilde{z}; \theta) = \frac{\tilde{r}(\tilde{z})}{\cos(\varphi(\tilde{z}) - \theta)} \quad \& \quad \tilde{R}_r(\tilde{z}; \theta) = \frac{\tilde{r}(\tilde{z})}{\cos(\varphi(\tilde{z}) + \theta)} \quad (4)$$

Ο ανηγμένος όγκος της σταγόνας μεταξύ δύο διατομών σε θέσεις, \tilde{z}_1 και \tilde{z}_2 , στις οποίες εφάπτονται οι δύο μηνίσκοι, και ο οποίος απαρτίζεται από τα δύο σφαιρικά τμήματα (5) και τον ενδιάμεσο κυλινδρικό χώρο (6) αντίστοιχα,

$$\tilde{V}_{cap}/\frac{4}{3}\pi\tilde{r}_0^3 = \frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{h}}{\tilde{r}_0} \right)^2 \left(3 \frac{\tilde{R}}{\tilde{r}_0} - \frac{\tilde{h}}{\tilde{r}_0} \right) \quad (5)$$

$$\Delta\tilde{V} = \int_{\tilde{z}=\tilde{z}_1}^{\tilde{z}=\tilde{z}_2} \pi[\tilde{r}(\tilde{z})]^2 d\tilde{z} \quad (6)$$

Κινητική περιγραφή της ροής (kinetics)

Η έκφραση για την ανηγμένη τριχοειδή πίεση σε κάθε μηνίσκο, κινητήρια για το μηνίσκο, που (αυτο-)

προωθείται, και ανθιστάμενη στην κίνηση στο μηνίσκο υποχώρησης,

$$\frac{\Delta\tilde{p}_c(\tilde{z}; \theta)}{\Delta\tilde{p}_{vref}} = \frac{2}{Ca_0} \frac{\tilde{r}_0}{\tilde{L}} \frac{1}{[S_w + M(1 - S_w)]} \left(\frac{\tilde{R}(\tilde{z}; \theta)}{\tilde{r}_0} \right)^{-1} \quad (7)$$

ενώ η διαφορά των ανηγμένων τριχοειδών πιέσεων μεταξύ του υποχωρούντος μηνίσκου και του μηνίσκου που προωθείται, ήτοι η καθαρή τριχοειδής πίεση στη σταγόνα, προκύπτει ως,

$$\frac{\Delta\tilde{p}_c(\tilde{z}; \theta)}{\Delta\tilde{p}_{vref}} = \frac{\Delta\tilde{p}_{c,rec}(\tilde{z}; \theta) - \Delta\tilde{p}_{c,adv}(\tilde{z}; \theta)}{\Delta\tilde{p}_{vref}} = 2 \frac{1}{Ca_0} \frac{\tilde{r}_0}{\tilde{L}} \frac{1}{[S_w + M(1 - S_w)]} \times \left[\left(\frac{\tilde{R}(\tilde{z}; \theta_R)}{\tilde{r}_0} \right)^{-1} - \left(\frac{\tilde{R}(\tilde{z}; \theta_A)}{\tilde{r}_0} \right)^{-1} \right] \quad (8)$$

Η (8) μπορεί να πάρει -ως επί το πλείστον- αρνητικές τιμές, ανθιστάμενη στην κίνηση, αλλά ενίοτε και θετικές τιμές, υποβοηθώντας την κίνηση.

Για τη διερεύνηση της επίδρασης των τριχοειδών αντιστάσεων στην κίνηση της σταγόνας πραγματοποιήθηκαν συστηματικοί υπολογισμοί των παραπάνω εκφράσεων με το πρόγραμμα MatLabTM, με το οποίο απεικονίστηκε και η κίνηση της σταγόνας στο τριχοειδές αγγείο. Αφού επιλεγούν οι τιμές βάσεις των παραμέτρων (βλέπε Πίνακας 1) υπολογίζεται το ελάχιστο μέγεθος της σταγόνας ώστε να βρίσκεται συνεχώς σε επαφή με τα τοιχώματα του τριχοειδούς αγγείου. Στη συνέχεια μία σταγόνα επαρκούς μεγέθους μετακινείται με μικρά βήματα στο τριχοειδές αγγείο. Η μετακίνηση/θέση της σταγόνας γίνεται/επιβάλλεται μέσω του μηνίσκου υποχώρησης (receding). Στη συνέχεια προσδιορίζεται η θέση του μηνίσκου προώθησης ούτως ώστε να διατηρείται αμετάβλητος ο όγκος της σταγόνας (ασυμπιέστη ροή). Η θέση της σταγόνας προσδιορίζεται από το μηνίσκο υποχώρησης. Αφού προσδιορισθούν με ικανοποιητική ακρίβεια οι θέσεις των μηνίσκων και οι αντίστοιχες ακτίνες καμπυλότητας, υπολογίζονται η ανηγμένη βαθμίδα τριχοειδούς πίεσης σε κάθε μηνίσκο. Η καθαρή ανηγμένη τριχοειδής πίεση στη σταγόνα προκύπτει με αφαίρεση της ανηγμένης τριχοειδούς πίεσης στο μηνίσκο υποχώρησης από αυτής στο μηνίσκο προώθησης.

III. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Ενδεικτικά αποτελέσματα απεικονίζονται σε ζεύγη διαγραμμάτων στην **Εικόνα 3**. Ειδικότερα, η θέση και διαμόρφωση των μηνίσκων για διαφορετικές θέσεις της σταγόνας αποτυπώνονται στα κάτω διαγράμματα, ενώ οι αντίστοιχες τιμές της τριχοειδούς πίεσης σε κάθε μηνίσκο απεικονίζονται στα πάνω διαγράμματα στην **Εικόνα 3**.

Η καθαρή ανηγμένη τριχοειδής πίεση στη σταγόνα προκύπτει με αφαίρεση της ανηγμένης τριχοειδούς πίεσης στο μηνίσκο υποχώρησης από αυτής στο μηνίσκο προώθησης. Ενδεικτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στα διαγράμματα στην **Εικόνα 4**.

Για τη μελέτη του στοιχειώδους προβλήματος της 2Φ ροής σταγόνας σε αξονοσυμμετρικό τριχοειδές κελί, διερευνήθηκε η ανεξάρτητη επίδραση 4 διαφορετικών παραμέτρων. Η ανεξάρτητη επίδραση κάθε παραμέτρου

παρουσιάζεται συγκεντρωτικά στην **Εικόνα 4**, με τη μορφή διαγραμμάτων της καθαρής διαφοράς των ανηγμένων τριχοειδών πιέσεων μεταξύ των μηνίσκων (Adv και Rec), έναντι της κίνησης της σταγόνας εντός του τριχοειδούς αγγείου. Ειδικότερα διερευνήθηκε:

- α) Η ημιτονοειδής διακύμανση α του τριχοειδούς αγγείου, $\alpha = \{0, 0.3, 0.5, 0.7\}$, **Εικόνα 4(α)**,
- β) Ο λόγος διάστασης (aspect ratio), \tilde{r}_0/\tilde{L} , του τριχοειδούς αγγείου $\tilde{r}_0/\tilde{L} = \{0.02, 0.5, 2\}$, **Εικόνα 4(β)**,
- γ) Η υστέρηση η οποία εκφράζεται μέσω των γωνιών επαφής θ_{adv} και θ_{rec} , των μηνίσκων υποχώρησης και προώθησης, $\{\theta_{adv}, \theta_{rec}\} = \{20^\circ, 30^\circ\}$, $\{\theta_{adv}, \theta_{rec}\} = \{10^\circ, 30^\circ\}$, και $\{\theta_{adv}, \theta_{rec}\} = \{10^\circ, 50^\circ\}$, **Εικόνα 4(γ)**,
- δ) Η ένταση της ροής που εκφράζεται μέσω του τριχοειδούς αριθμού $Ca = \{5 \times 10^{-5}, 10^{-4}, 5 \times 10^{-4}\}$, **Εικόνα 4(δ)**.

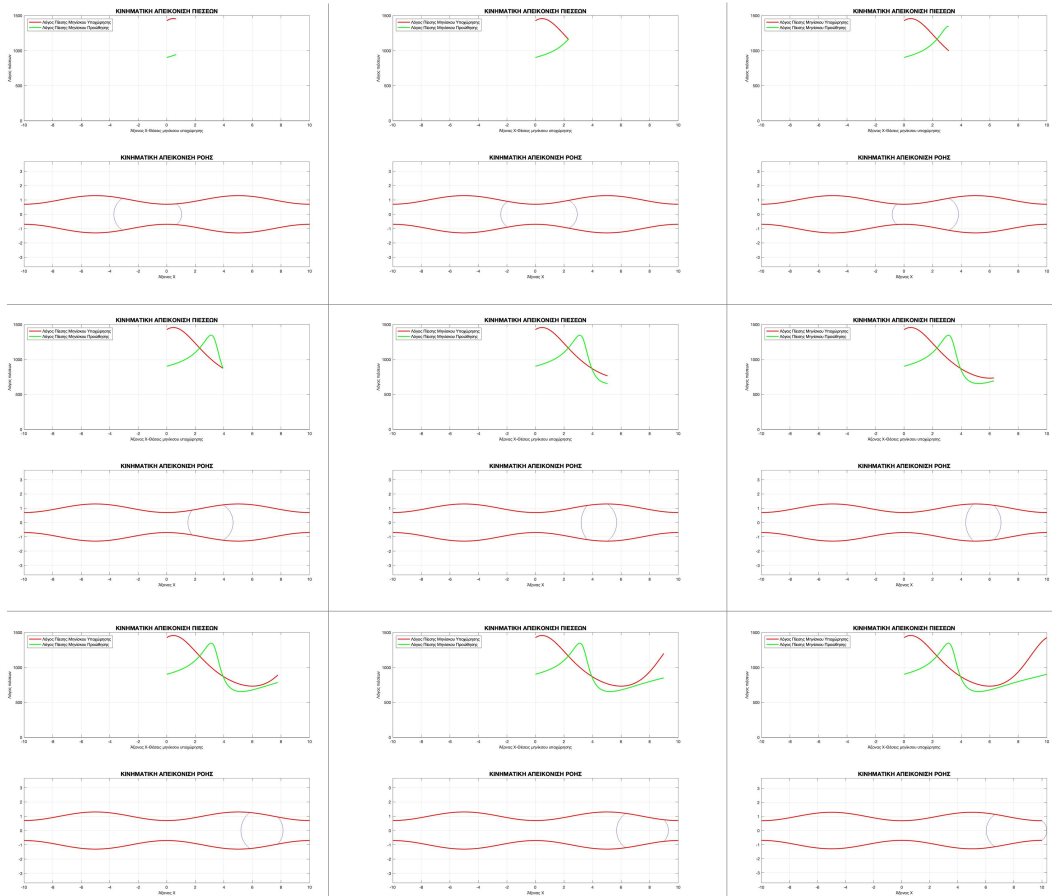
Οι τιμές των παραμέτρων βάσης αναφοράς (base case) είναι .

Πίνακας 1 Βασικές τιμές παραμέτρων

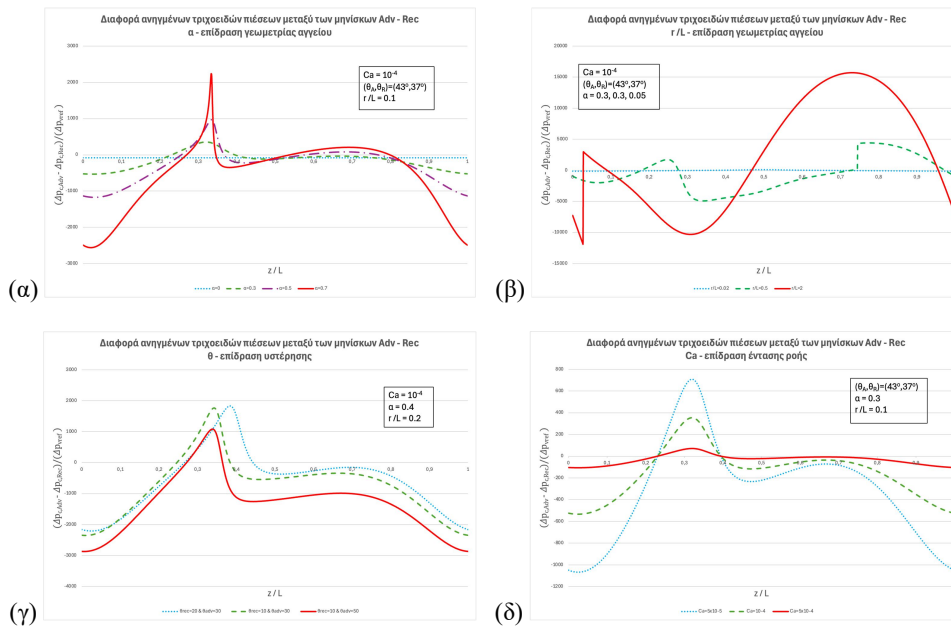
α	\tilde{r}_0/\tilde{L}	$\{\theta_{adv}, \theta_{rec}\}$	Ca
0.3	0.1	$\{43^\circ, 37^\circ\}$	10^{-4}

Σε κάθε ένα από τα διαγράμματα στην **Εικόνα 4** διατηρήθηκαν αμετάβλητες εκ περιτροπής οι 3 από τις 4 και η διερεύνηση αφορούσε δοκιμαστικές τιμές στην 4^η παράμετρο.

Συζήτηση Στα διαγράμματα στην **Εικόνα 4** παρατηρείται μια ισχυρή εξάρτηση από το βαθμό υστέρησης, **Εικόνα 4(γ)**, και από τον τριχοειδή αριθμό ή την ένταση της ροής, **Εικόνα 4(δ)**. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η προαναφερθείσα εξάρτηση γίνεται πολύ πιο έντονη όταν η ροή πραγματοποιείται σε τιμές τριχοειδούς αριθμού, σε περιοχές, $Ca < 10^{-6}$. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η επίδραση της τριχοειδούς αντίστασης (πτώσης πίεσης) είναι ανεξάρτητη (εν γένει) της ταχύτητας κίνησης των μηνίσκων, ενώ οι ιξώδεις αντιστάσεις έχουν ισχυρή εξάρτηση από τους τοπικούς ρυθμούς παραμόρφωσης δηλαδή της ταχύτητας ή έντασης της ροής. Έτσι σε χαμηλές σχετικά τιμές του τριχοειδούς αριθμού, $\log Ca < -6$, οι ιξώδεις αντιστάσεις παραμένουν μικρές σχετικά με τις τριχοειδείς ενώ, αντίθετα, σε υψηλές σχετικά τιμές του τριχοειδούς αριθμού, $-5 < \log Ca$, οι τριχοειδείς αντιστάσεις παραμένουν περίπου ίδιες και επισκιάζονται από τις ισχυρές πλέον ιξώδεις αντιστάσεις.



Εικόνα 3: Κάτω διαγράμματα Απεικόνιση διαφορετικών στιγμιότυπων κίνησης σταγόνας από αριστερά προς τα δεξιά εντός αξονοσυμμετρικού, ημιτονοειδούς τριχοειδούς αγγείου. Πάνω διαγράμματα – Η εξέλιξη των τιμών των ανηγμένων τριχοειδών πιέσεων στο μηνίσκο προώθησης (πράσινη γραμμή) και στο μηνίσκο υποχώρησης (κόκκινη γραμμή). Video αναπαραγωγή [Valavanides, 2024]



Εικόνα 4: Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης. (α). Επίδραση γεωμετρίας, α . (β). Επίδραση γεωμετρίας, r_0/L . (γ) Επίδραση υστέρησης θ_A, θ_R (δ) Επίδραση έντασης ροής, Ca

IV. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η θεωρητική μελέτη είχε ως αντικείμενο την προκαταρκτική διερεύνηση ενός στοιχειώδους προβλήματος της διφασικής ροής σε πορώδη μέσα, και συγκεκριμένα τη ροή σταγόνας ελαίου σε κορεσμένο με νερό, αξονοσυμμετρικό και περιοδικά μεταβαλλόμενο τριχοειδές αγγείο. Κατόπιν παραμετρικής μελέτης αναδείχθηκε η συστηματική συμπεριφορά του εν λόγω ροϊκού φαινομένου. Πραγματοποιήθηκε συστηματική ανάλυση και μελέτη της επίδρασης των κρίσιμων παραμέτρων όπως:

- των βασικών γεωμετρικών χαρακτηριστικών του τριχοειδούς αγγείου (περιοδική διακύμανση και λόγος διαστάσεων)
- της υστέρησης εκφρασμένης ως της διαφοράς των γωνιών επαφής των διεπιφανειών ελαίου-νερού (μηνίσκων) της σταγόνας με το τοίχωμα του αγγείου.
- της έντασης της ροής δηλαδή της μέσης ταχύτητας της σταγόνας στο τριχοειδές αγγείο.

Αποτιμήθηκε η σημαντικότητα των τριχοειδών αντιστάσεων έναντι των ιξωδών αντιστάσεων συναρτήσει κρίσιμων χαρακτηριστικών του συστήματος αλλά και των συνθηκών ροής.

Με βάση τα αποτελέσματα της μελέτης προκύπτει το συμπέρασμα ότι οι τριχοειδείς αντιστάσεις, έχουν σημαντική επίδραση έναντι των ιξωδών αντιστάσεων στην συνολική αντίσταση της ροής. Η σημαντικότητα εξαρτάται,

- (α) από τις τιμές των φυσικοχημικών (λόγος ιξωδών, γωνίες επαφής) αλλά και των γεωμετρικών (διακύμανση, λόγος διαστάσεων) παραμέτρων του συστήματος,
- (β) από τις συνθήκες ροής, δηλαδή την μέση ταχύτητα της σταγόνας ελαίου και του περιβάλλοντος νερού στο τριχοειδές αγγείο.

Εν κατακλείδι, οι τριχοειδείς αντιστάσεις θα πρέπει απαραίτητα να συμπεριλαμβάνονται στη σωστή τους διάσταση (προτυποποίηση), κυρίως ως προς την

υστέρηση στις γωνίες επαφής των μηνίσκων, σε κάθε πρότυπο (μοντέλο) περιγραφής της διφασικής ροής από την κλίμακα του πόρου στην κλίμακα του πορώδους μέσου. Έτσι θα εξασφαλίζεται η πιστότητα περιγραφής παρόμοιων φαινομένων, τα οποία παρατηρούνται σε εργαστηριακές μετρήσεις, κυρίως ως προς την μη γραμμικότητα συναρτήσει της έντασης της ροής.

Η παρούσα μελέτη αποτελεί μια προκαταρκτική διερεύνηση, μιας επόμενης και πιο εκτεταμένης.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Cheon, H.L., Fyhn, H., Hansen, A., Wilhelmson, O. Sihna, S., 2023. Steady-State Two-Phase Flow of Compressible and Incompressible Fluids in a Capillary Tube of Varying Radius. *Transport in Porous Media* **147**, 15–33, <http://doi.org/10.1103/PhysRevE.87.025001>
- Sinha, S. Hansen, A., Bedeaux, D., Kjelstrup, S., 2013. Effective rheology of bubbles moving in a capillary tube. *Physical Review E* **87**, 025001, DOI: <http://doi.org/10.1103/PhysRevE.87.025001>
- Sinha, S., Bender, A.T., Danczyk, M., Keepseagle, K., Prather, C.A., Bray, J.M., Thrane, L.W., Seymour, J.D., Codd, S.L., Hansen, A., 2017. Effective rheology of two-phase flow in three-dimensional porous media: experiment and simulation. *Transp. Porous Med.* **119** (77). <https://doi.org/10.1007/s11242-017-0874-4>
- Valavanides, M.S., 2018(a). Oil fragmentation, interfacial surface transport and flow structure maps for two-phase flow in model pore networks. Predictions based on extensive, DeProf model simulations. *Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP Energies nouvelles* **73**(6), 1-36, <https://doi.org/10.2516/ogst/2017033>
- Valavanides, M.S., 2018(b). Review of steady-state two-phase flow in porous media: independent variables, universal energy efficiency map, critical flow conditions, effective characterization of flow and pore network *Transp. in Porous Media* **123**(1), 42-99, <https://doi.org/10.1007/S11242-018-1026-1>
- Yiotis, A.G., Karadimitriou, N.K., Zarikos, I., Steeb, H., 2021. Pore-scale effects during the transition from capillary-to viscosity-dominated flow dynamics within microfluidic porous-like domains. *Scientific Reports* **11** 3891, <https://doi.org/10.1038/s41598-021-83065-8>
- Valavanides, M.S. 2024, "Relative magnitude of net capillary pressure drop over bulk viscosity pressure drop for NWP blobs driven through periodic capillary tubes" thesis project, <http://users.uniwa.gr/marval/HydroLab/dropsinpores.html>