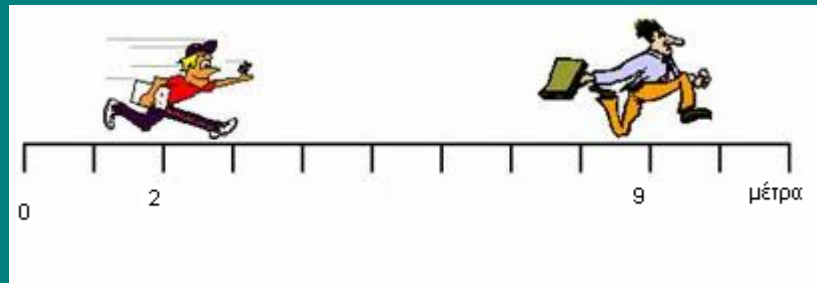


•Πόσο απέχουν;

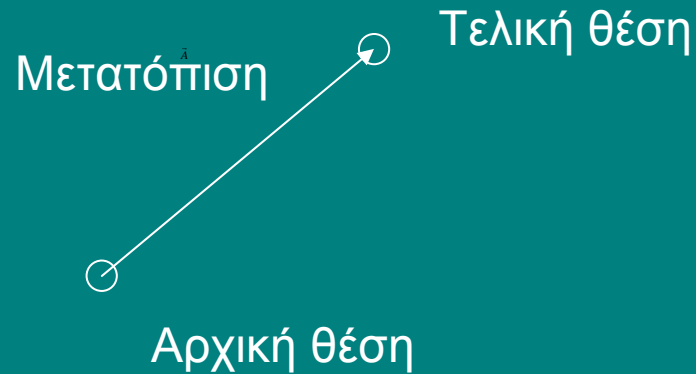


•Πόση είναι η μετατόπιση του καθενός;

Ο.Τ.

Διανυσματικό μέγεθος

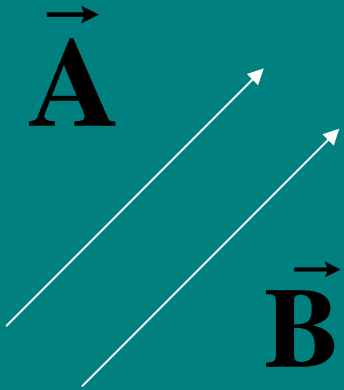
- Μέτρο
- Διεύθυνση
- Φορά



Σύμβολο μέτρου διανύσματος

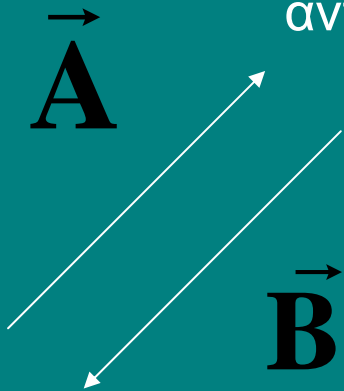
$$|\vec{A}|$$

Δύο διανύσματα είναι ίσα αν έχουν ίδιο μέτρο και ίδια φορά.

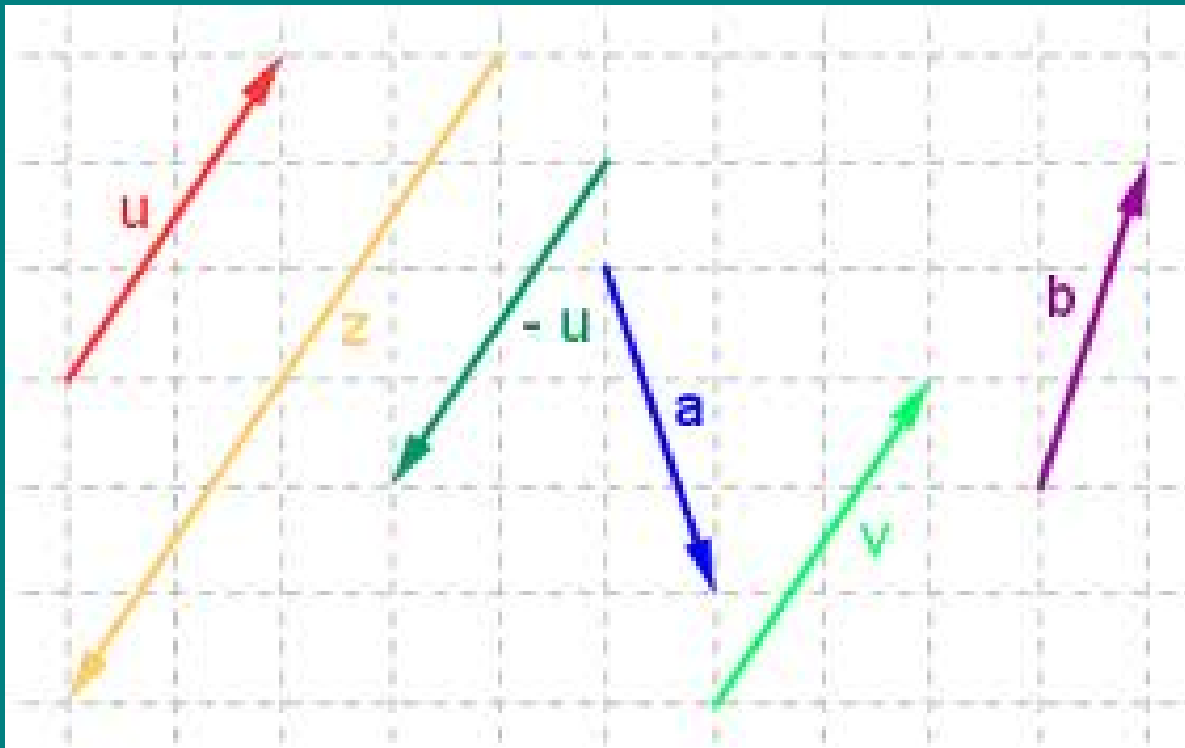


$$\vec{A} = \vec{B}$$

Δύο διανύσματα είναι αντίθετα αν έχουν ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά.



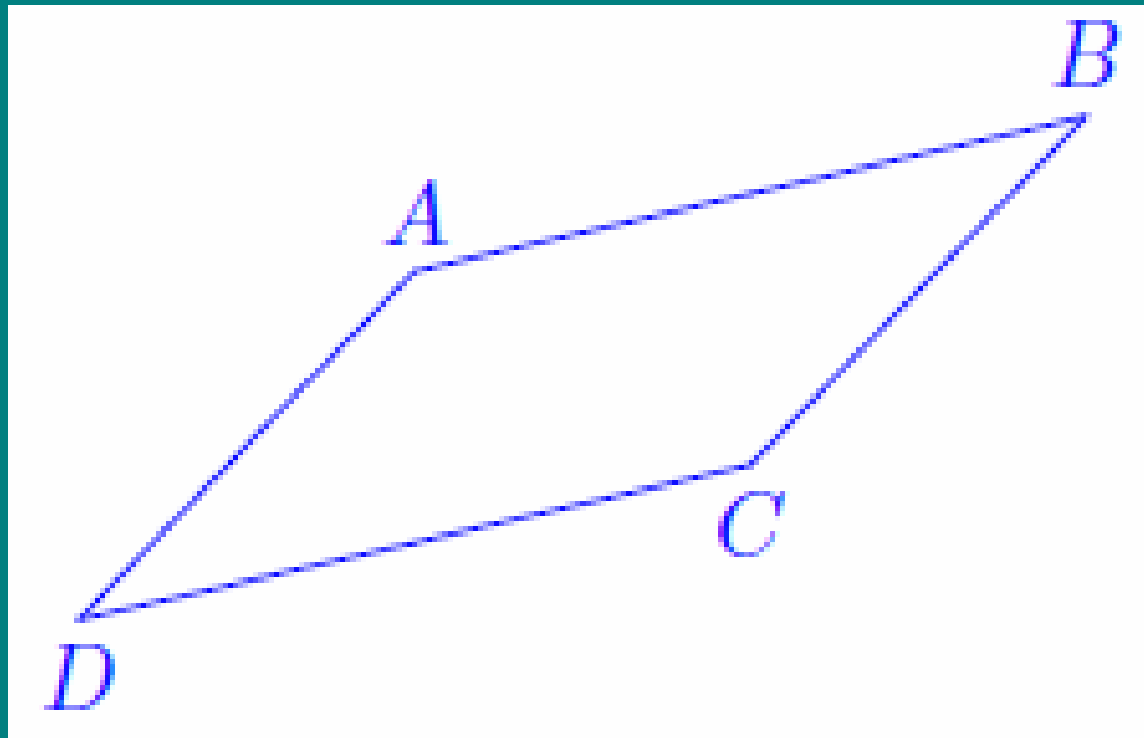
$$\vec{A} = -\vec{B}$$



Υπάρχουν ίσα διανύσματα στο διάγραμμα; Αν ναι ποιιά;

Τα διανύσματα τα σχεδιάζουμε υπό κλίμακα όσο αφορά το μέτρο τους.

Ο.Τ.

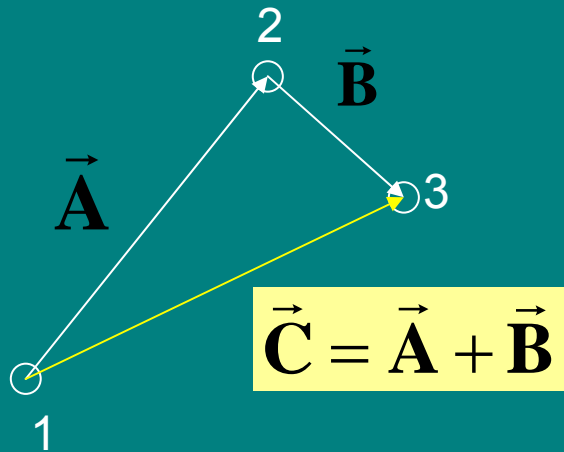


(a) $\vec{DA} = \vec{BC}$, (b) $\vec{AD} = -\vec{CB}$, (c) $\vec{AD} = \vec{CB}$, (d) $\vec{DA} = -\vec{CB}$.

Ποια από τις παραπάνω ισότητες ισχύει;

Ο.Τ.

Πρόσθεση διανυσμάτων

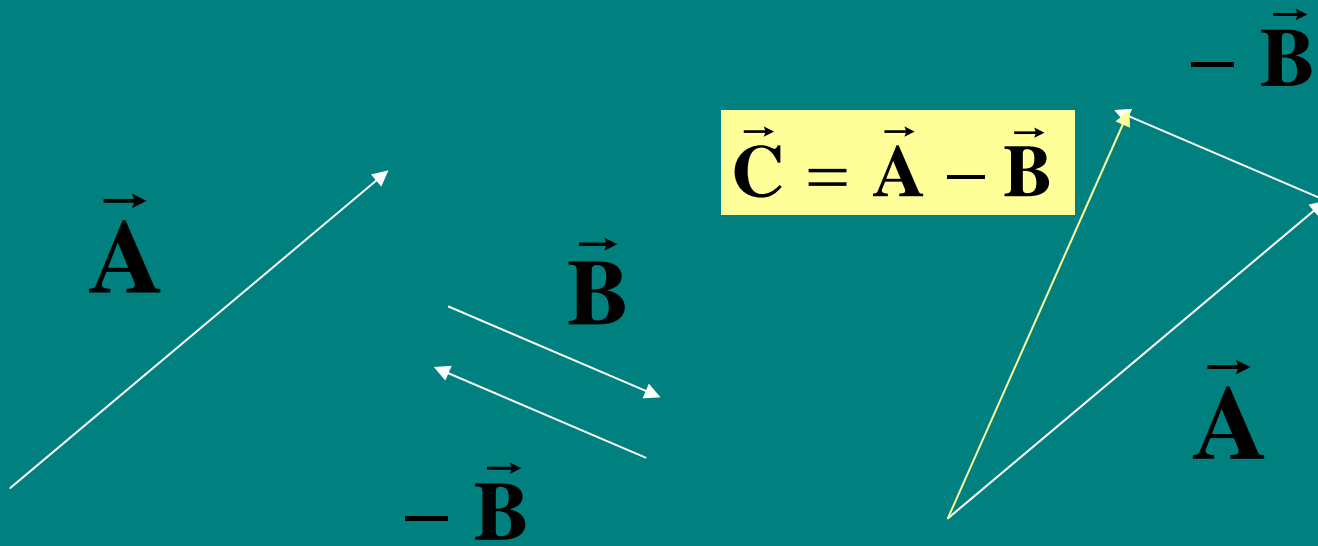


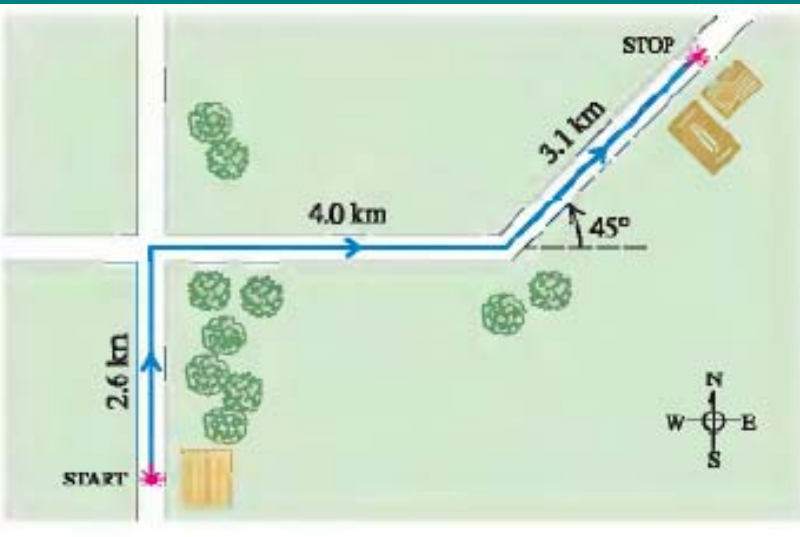
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

Μηδενικό διάνυσμα:

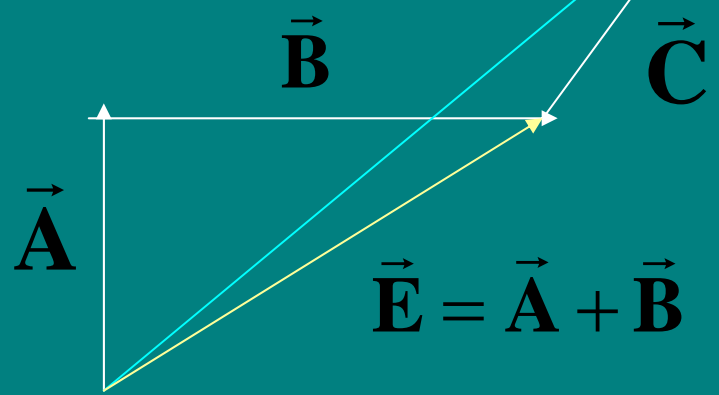
- Μηδενικό μέτρο
- Δεν έχει διεύθυνση

Αφαίρεση διανυσμάτων

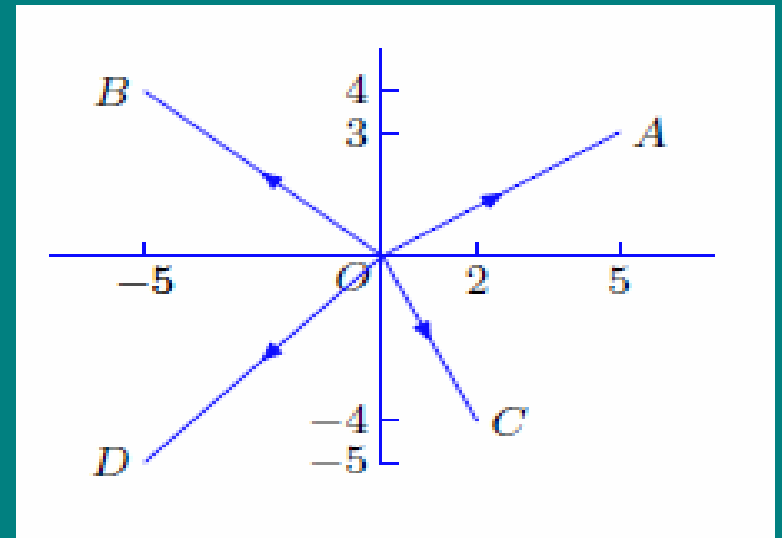
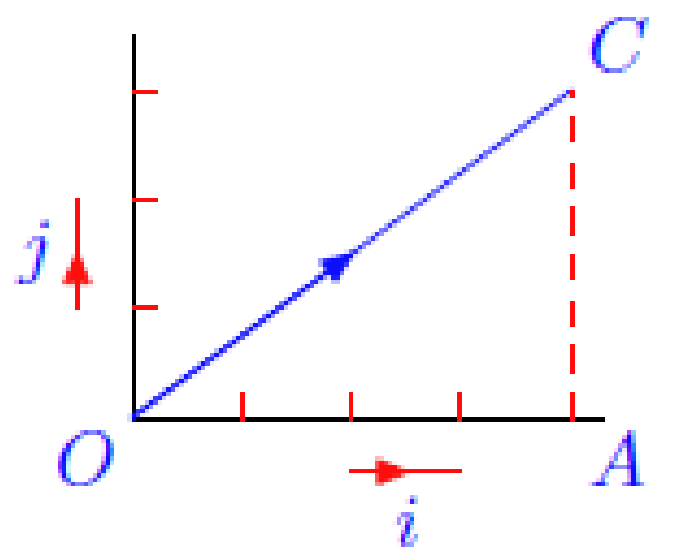




$$\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$



O.T.



i, j : μοναδιαία διανύσματα

με φορά τη θετική των x και y αξόνων αντίστοιχα,

και μέτρο ίσο με μια μονάδα.

$$\overrightarrow{OC} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} \quad \text{Αν} \quad \vec{A} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j},$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Ο.Τ.

Πώς εκφράζονται τα παραπάνω διανύσματα με τη χρήση συνιστωσών;

$$\mathbf{a} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$$

$$\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j}$$

$$(a) \mathbf{a} + \mathbf{b},$$

$$(b) \mathbf{b} + \mathbf{c},$$

$$(c) \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c},$$

$$(d) \mathbf{a} + 2\mathbf{b},$$

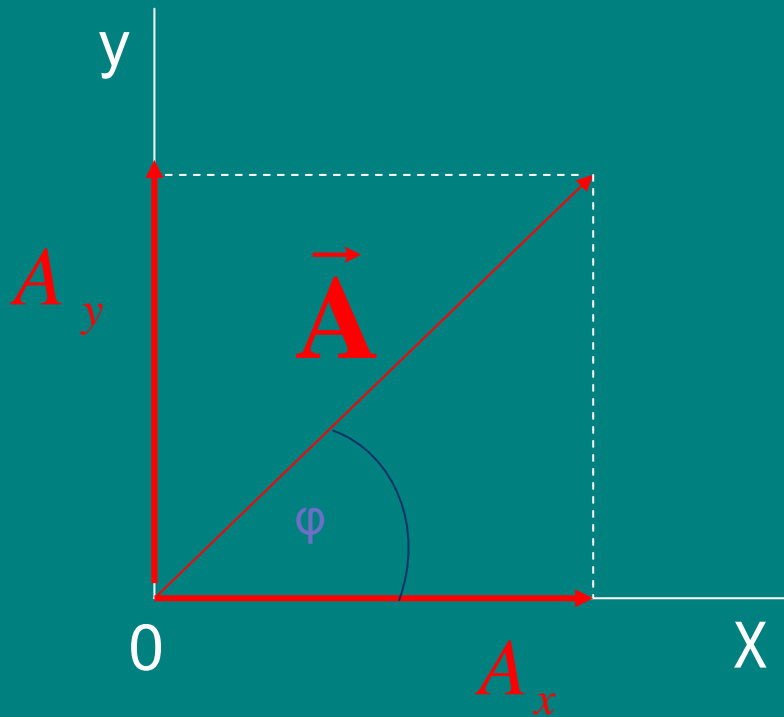
$$(e) 2\mathbf{b} - 3\mathbf{a},$$

$$(f) |\mathbf{a}|,$$

$$(g) |\mathbf{a} + \mathbf{b}|,$$

$$(h) |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|,$$

$$(i) |2\mathbf{a} - \mathbf{b}|,$$



$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2},$$

$$\cos \varphi = \frac{A_x}{A} \Leftrightarrow A_x = A \cos \varphi,$$

$$\sin \varphi = \frac{A_y}{A} \Rightarrow A_y = A \sin \varphi$$

Πολλαπλασιασμός διανύσματος με αριθμό: Πολλαπλασιάζεται το μέτρο του διανύσματος με τον αριθμό, η φορά παραμένει η ίδια.

Εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων: Το αποτέλεσμα είναι βαθμωτό μέγεθος. (φ η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων)

Παράδειγμα: έργο δύναμης F για μετατόπιση χ .

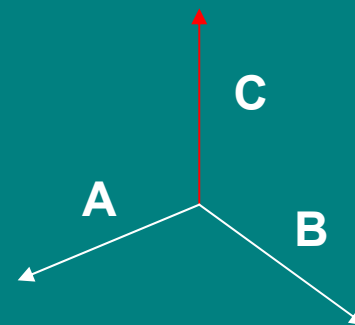
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \varphi$$

Εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων: Το αποτέλεσμα είναι διάνυσμα.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B},$$

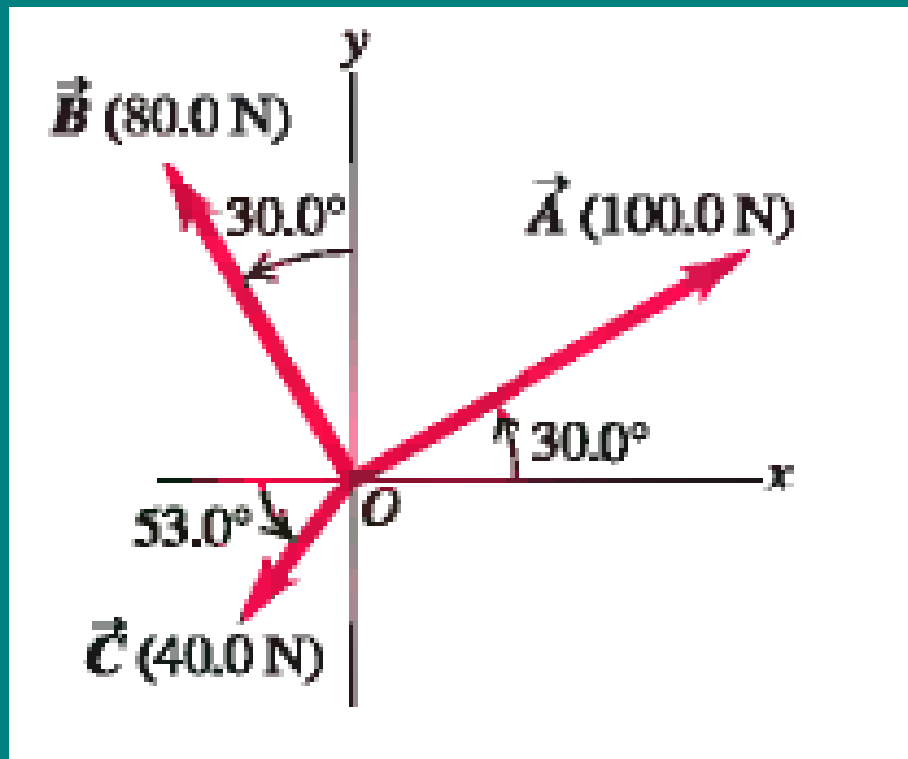
$$|\vec{C}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \varphi$$

Το διάνυσμα C έχει κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που σχηματίζουν τα διανύσματα A, B



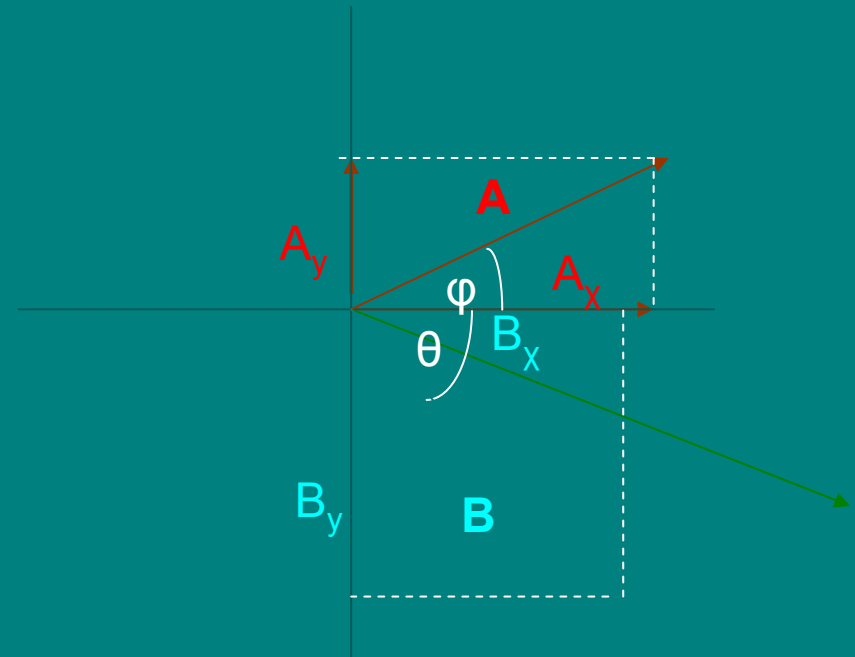
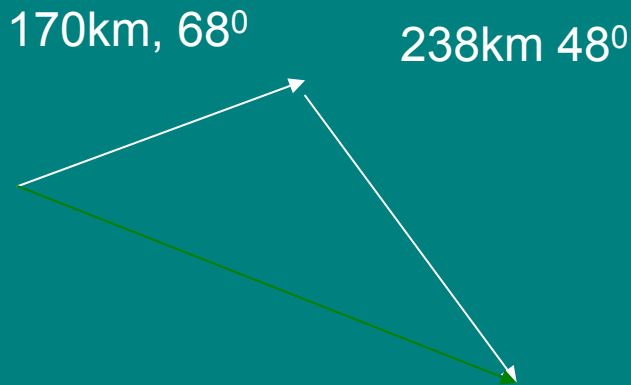
Ο.Τ.

Τρεις δυνάμεις ασκούνται σε ένα σώμα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Βρείτε μια τέταρτη δύναμη που θα τις εξισορροπεί.



Ο.Τ.

Αεροπλάνο απογειώνεται και πετάει για 170km, 68° ανατολικά του Βορρά. Αλλάζει κατεύθυνση και πετάει 238km 48° νότια της Ανατολής. Λόγω βλάβης κάνει αναγκαστική προσγείωση. Σε ποια κατεύθυνση και σε πόση απόσταση από την αφετηρία του βρίσκεται;



$$A_x = A \cos \phi = 170 \cos 22 = 158,1 \text{ km}$$

$$A_y = A \sin \phi = 170 \sin 22 = 63,7 \text{ km}$$

$$B_x = B \cos \theta = 238 \cos 48 = 159 \text{ km}$$

$$B_y = B \sin \theta = 238 \sin 48 = 131 \text{ km}$$

$$C_x = 158 + 159 = 317 \text{ km}$$

$$C_y = 131 - 63,7 = 67,3 \text{ km}$$

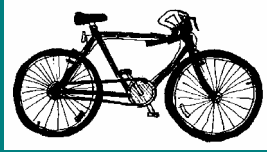
$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = 324 \text{ km}$$

$$\cos \omega = \frac{C_x}{C} = 0,98 \Rightarrow \omega = 11,5$$

O.T.

- Ιστιοπλοϊκό ταξιδεύει με ταχύτητα 10km/hr βόρεια. Η ταχύτητα του αέρα είναι 25km/hr , με κατεύθυνση 30° ανατολικά τού βορά. Πόση είναι η ταχύτητα του αέρα σε σχέση με το σκάφος;
- Ο βραχίονας ασθενούς που κάνει φυσιοθεραπεία ζυγίζει $20,5\text{N}$ και σηκώνει βάρος 112N . Και οι δύο δυνάμεις έχουν κατεύθυνση κάθετη. Ο δικέφαλος μυς ασκεί δύναμη 232 N κάθετη στο βραχίονα όταν αυτός βρίσκεται σε γωνία 43° πάνω από το οριζόντιο επίπεδο. Πόση είναι η δύναμη που ασκεί ο αγκώνας στο βραχίονα;

$t_1=1s$

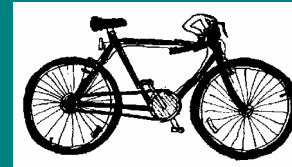


0 2 4 6 8 10

$x_1=1m$

$$u_{\mu} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{7-1}{5-1} = 1,5m/s$$

$t_2=5s$



0 2 4 6 8 10

$x_2=7m$

O.T.

$t_1 = 1\text{s}$



$x_1 = 8\text{m}$

$t_2 = 5\text{s}$



$x_2 = 2\text{m}$

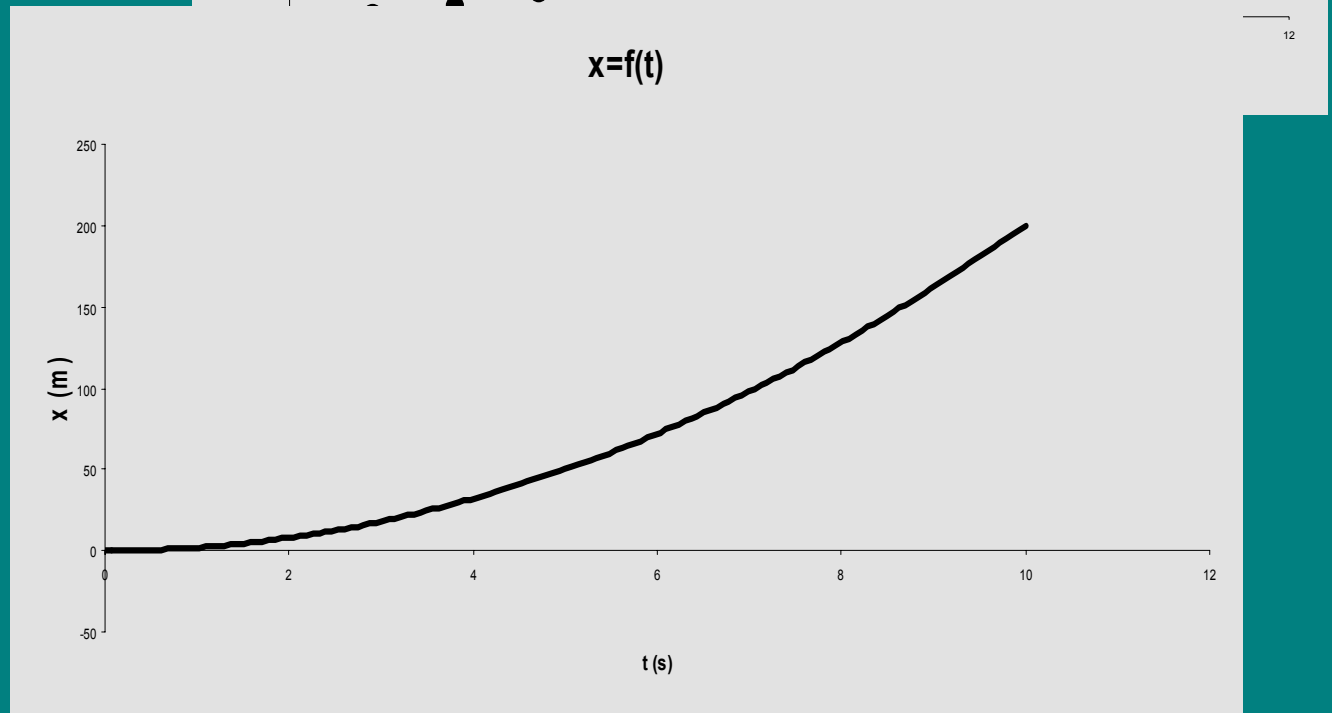
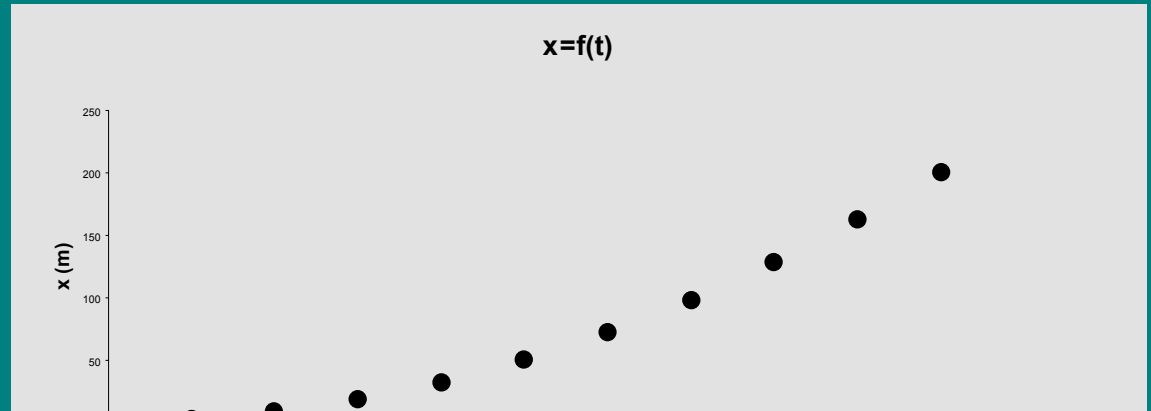
$$u_{\mu} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2 - 8}{5 - 1} = -1,5\text{m/s}$$

O.T.

t (s)

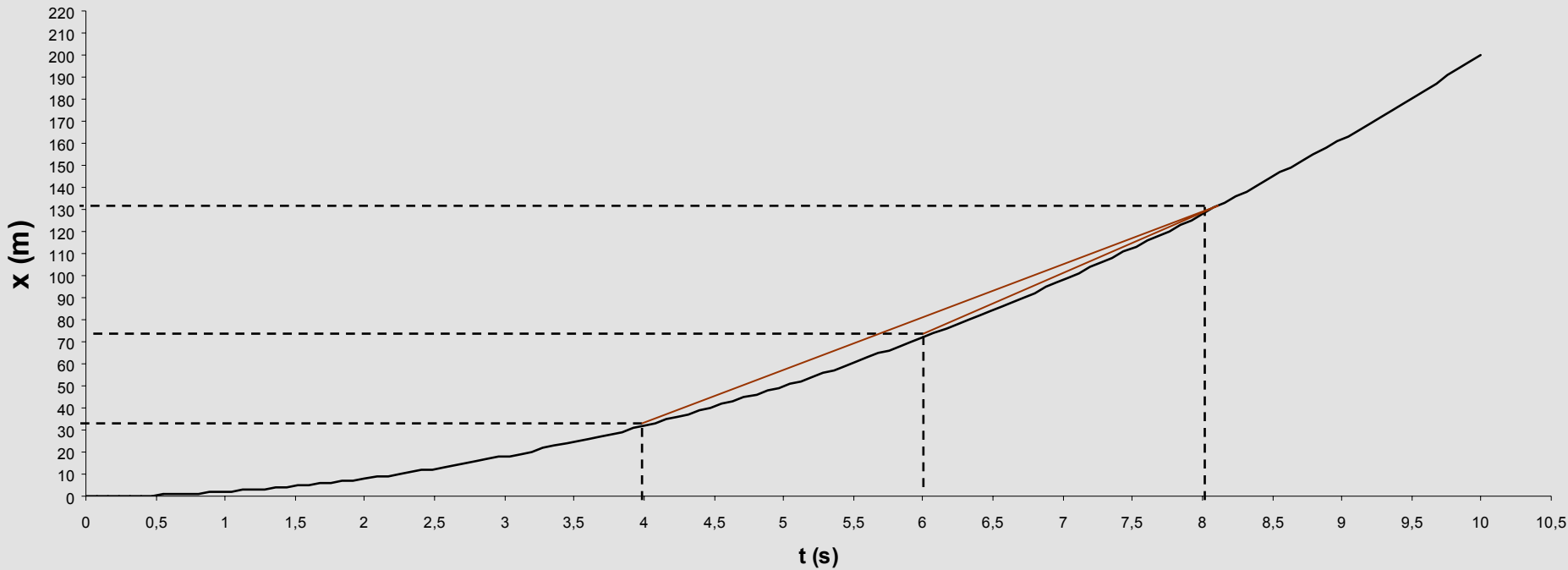
x(m)

| | |
|----|-----|
| 0 | 0 |
| 1 | 2 |
| 2 | 8 |
| 3 | 18 |
| 4 | 32 |
| 5 | 50 |
| 6 | 72 |
| 7 | 98 |
| 8 | 128 |
| 9 | 162 |
| 10 | 200 |



O.T.

$$x=f(t)$$



Να βρεθεί η μέση ταχύτητα από τα 4 έως τα 8 s.

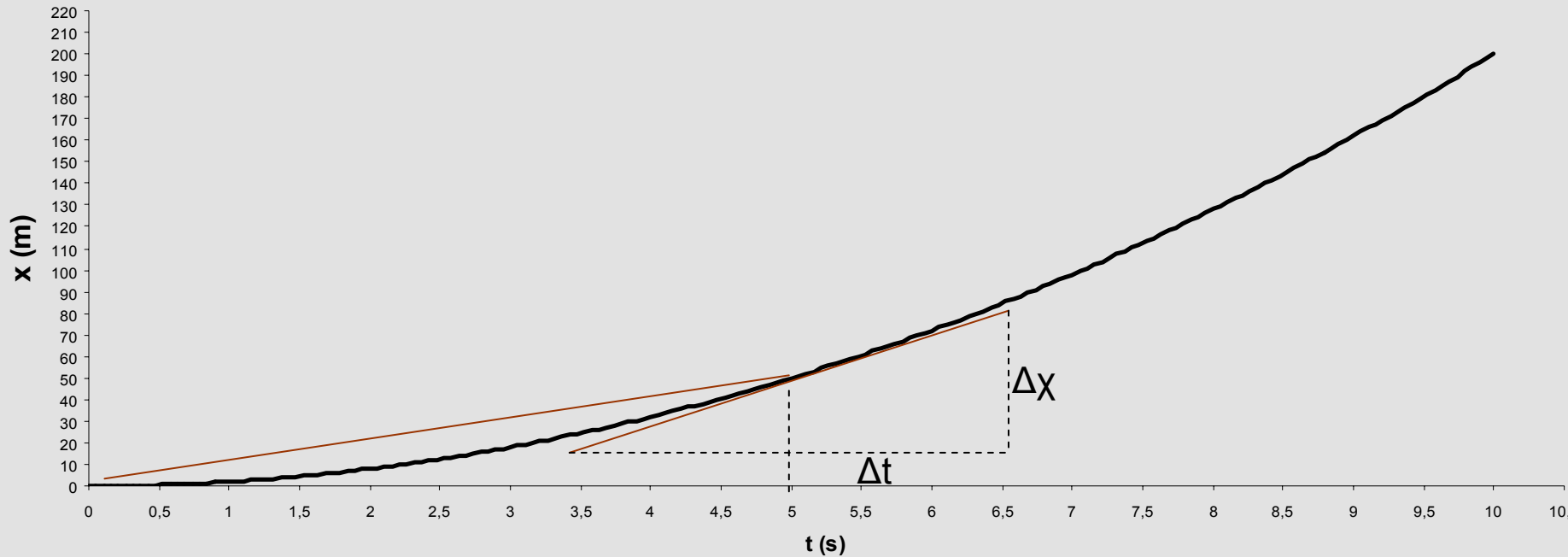
$$\bullet u = \Delta x / \Delta t = (132 - 34) \text{ m} / (8 - 4) \text{ s} = 98 / 4 = 24,5 \text{ m/s}$$

Να βρεθεί η μέση ταχύτητα από τα 6 έως τα 8 s.

$$\bullet u = \Delta x / \Delta t = (132 - 74) \text{ m} / (8 - 6) \text{ s} = 58 / 2 = 29 \text{ m/s}$$

Ο.Τ.

$$x=f(t)$$



Ποια είναι η στιγμιαία ταχύτητα στα 5s;

• Κλίση εφαπτομένης στο σημείο της καμπύλης για $t=5s$.

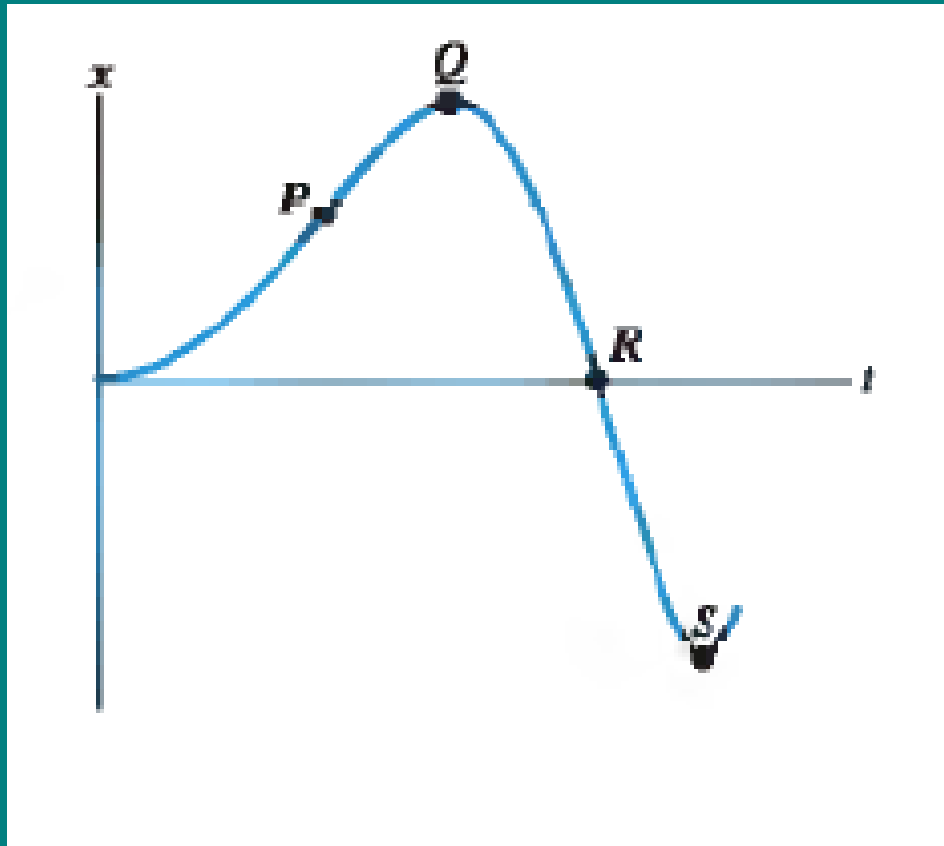
• $\Delta x/\Delta t = (85-15)m/(6,5-3,4)sec = 23m/sec$

Ο.Τ.

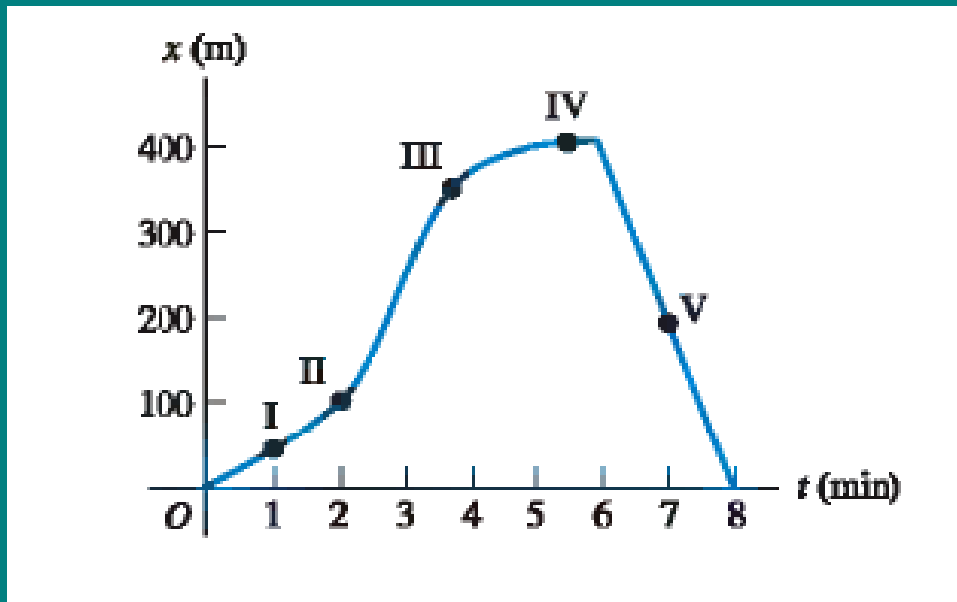
$$u = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Η κίνηση ενός σώματος περιγράφεται από το παρακάτω διάγραμμα $x=f(t)$.

- Κατατάξτε τις ταχύτητες στα σημεία P, Q, R, S με φθίνουσα σειρά



Ο.Τ.



Σε ποιο σημείο είναι η ταχύτητα

- μηδέν
- σταθερή και θετική
- σταθερή και αρνητική
- Αυξανόμενη
- μειούμενη

Ο.Τ.

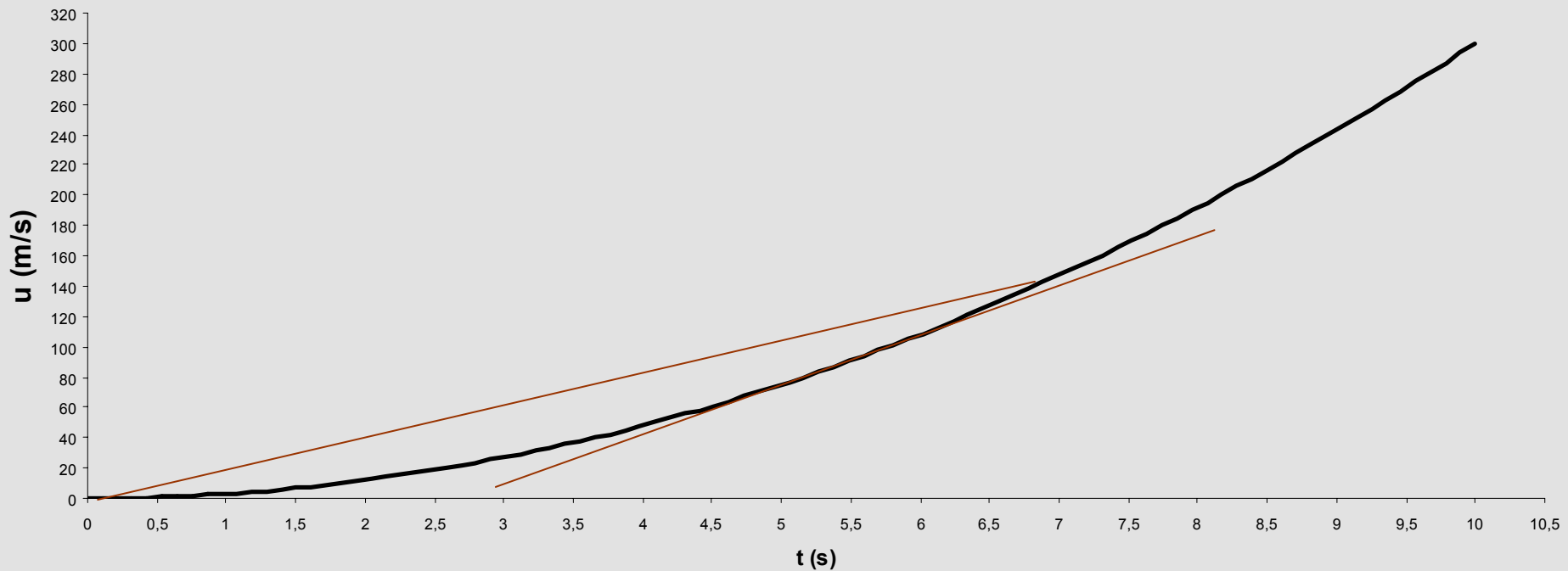
Μέση επιτάχυνση

$$a_{\mu} = \frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

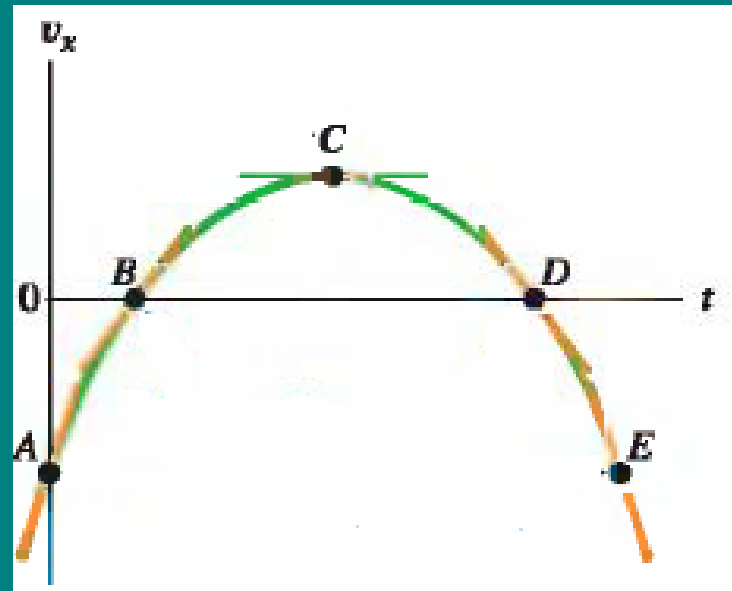
Στιγμαία επιτάχυνση

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{du}{dt}$$

$u=f(t)$

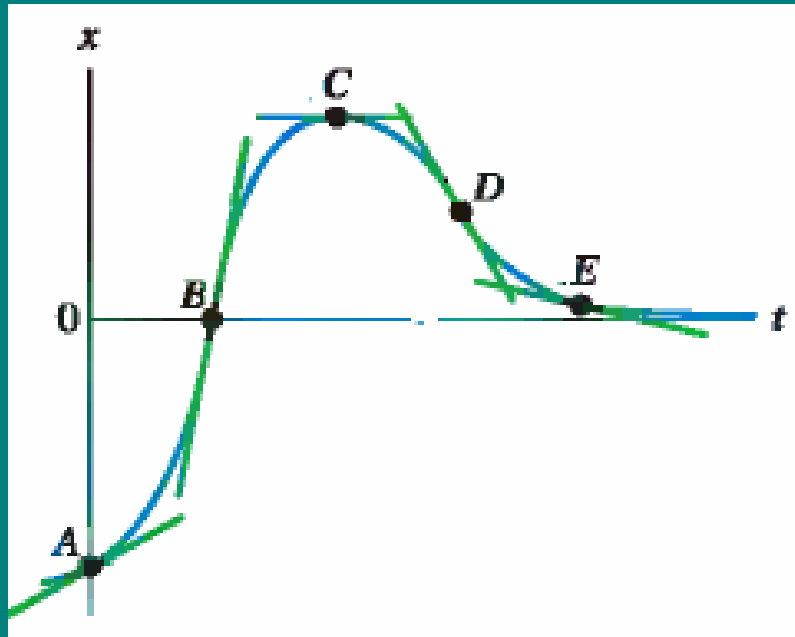


Ποιο είναι το πρόσημο της ταχύτητας και της επιτάχυνσης στα σημεία A, B C, D, E;



Ο.Τ.

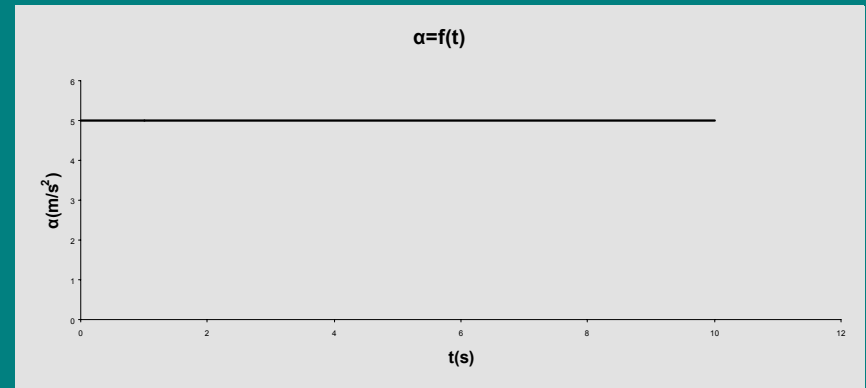
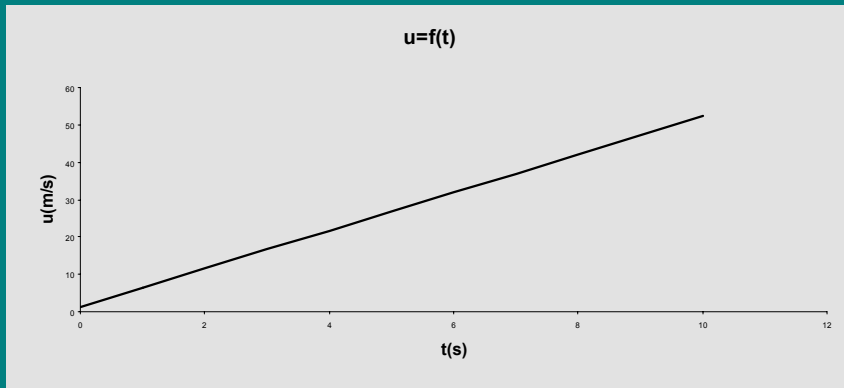
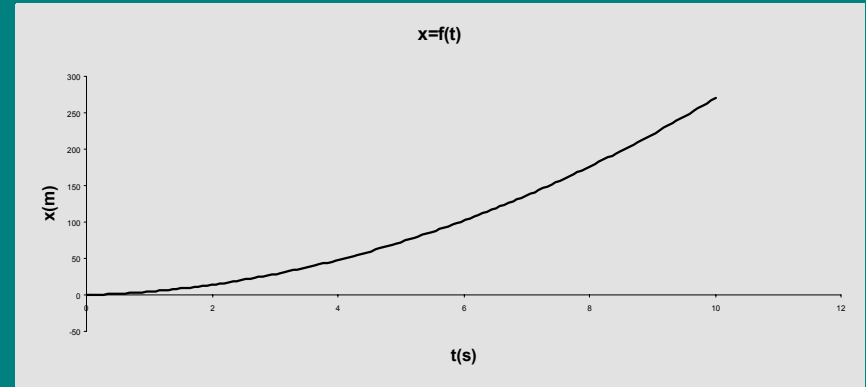
Σε διάγραμμα $x=f(t)$ για το πρόσημο της ταχύτητας εκτιμώ την κλίση της εφαπτομένης και για το πρόσημο της επιτάχυνσης την καμπυλότητα του διαγράμματος.

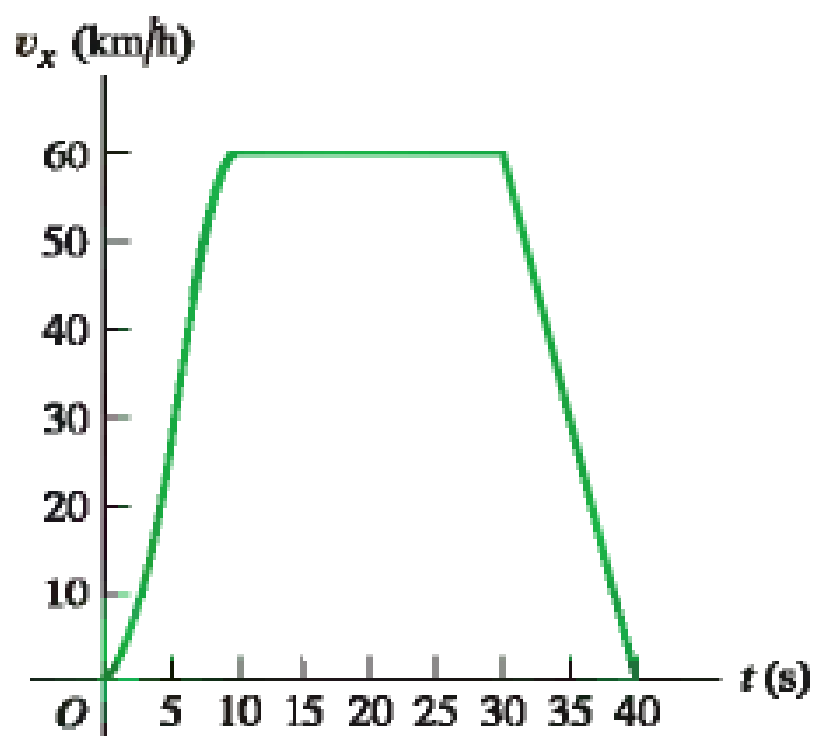


Κίνηση με σταθερή επιτάχυνση a

$$u = u_0 + at$$

$$x = x_0 + u_0t + \frac{1}{2}at^2$$

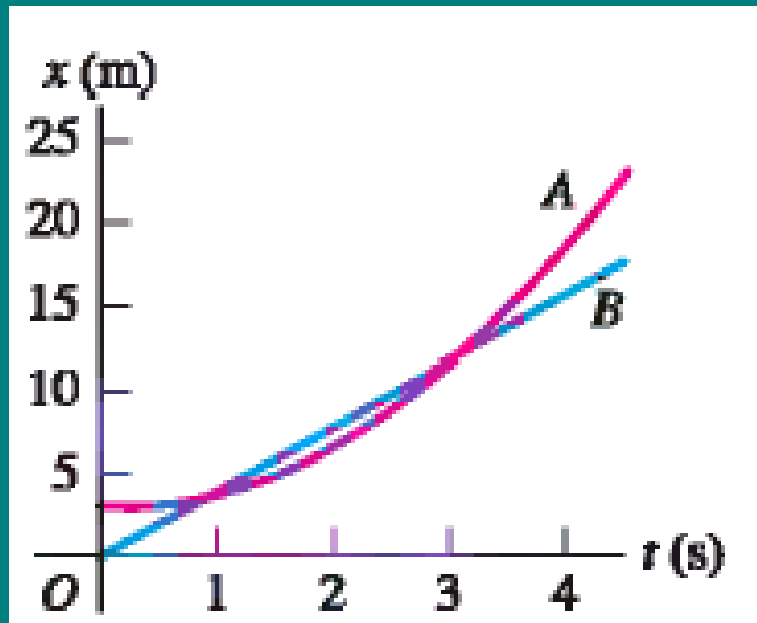




Μέση επιτάχυνση απο

- 0 – 10 sec
- 30 – 40 sec
- 10 – 30 sec
- 0 – 40 sec
- Πόση η στιγμιαία επιτάχυνση στα 30 και στα 35 sec

Ο.Τ.



Δύο αυτοκίνητα A και B κινούνται κατά μήκος του άξονα x .

- Σε ποια θέση βρίσκονται, ποιο το πρόσημο της ταχύτητας και της επιτάχυνσης τις χρονικές στιγμές $t=0$, $t=1$, $t=3$ s.
- Συναντιούνται ποτέ τα δύο οχήματα;
- Σχεδιάστε το διάγραμμα $u=f(t)$ για τα δύο οχήματα. Έχουν ποτέ την ίδια ταχύτητα;
- Γίνεται προσπέραση και αν ναι πότε;

1. Τα κύρια σεισμικά κύματα διαδίδονται με ταχύτητα $6,5 \text{ km/s}$ ενώ τα δευτερεύοντα με ταχύτητα $3,5 \text{ km/s}$. Η χρονική διαφορά άφιξης των κυμάτων στον σειсмоγράφο επιτρέπει τον προσδιορισμό της απόστασης του επίκεντρου. Εάν η χρονική διαφορά είναι 33 sec ποια η απόσταση του επίκεντρου;
2. Οι μετρήσεις (σε πίστα και ευθεία) των επιδόσεων μιας Bugatti Veyron δίνονται στον πίνακα. Σχεδιάστε ένα διάγραμμα $u=f(t)$. Η επιτάχυνση είναι σταθερή; Υπολογίστε τη μέση επιτάχυνση μεταξύ 0 και $2,1 \text{ s}$, $2,1$ και 20 s , 20 και 53 s . Τα αποτελέσματα είναι συμβατά με το διάγραμμα;
 - Χρόνος (s) 0 $2,1$ 20 53
 - Ταχύτητα: 0 96 320 404
3. Δύο αυτοκίνητα κατευθύνονται το ένα πάνω στο άλλο. Τη χρονική στιγμή 0 το αυτοκίνητο 1 είναι ακίνητο ενώ το 2 κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα u_0 . Το αυτοκίνητο 1 αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση ενώ το 2 συνεχίζει με σταθερή ταχύτητα. Ποια χρονική στιγμή συγκρούονται; Ποια η ταχύτητα του 1 όταν συγκρούεται με το 2. Φτιάξτε τα διαγράμματα $x=f(t)$ και $u=f(t)$ για τα δύο αυτοκίνητα.
4. Αθλητής ταχύτητας επιταχύνεται στη μέγιστη ταχύτητά του σε 4.0 sec . Στη συνέχεια διατηρεί σταθερή ταχύτητα για το υπόλοιπο του αγώνα 100 m . Τερματίζει σε 9.1 sec . α. Ποια είναι η μέση επιτάχυνσή του τα πρώτα 4.0 sec . β. Ποια είναι η μέση επιτάχυνσή του για τα τελευταία 5.1 sec . γ. Ποια η μέση επιτάχυνση για όλο τον αγώνα;