

## 1η Εργαστηριακή Άσκηση

1. Υπολογίστε τη βέλτιστη προσέγγιση  $p_3^*$ , της συνάρτησης  $f$  στο διάστημα  $[a, b]$  από τον  $\mathbb{P}_3$ , ως προς το σύνθητες εσωτερικό γινόμενο

$$(g, h) := \int_a^b g(x)h(x) dx. \quad (1)$$

2. Υπολογίστε το πολυώνυμο Taylor  $T$ , βαθμού 3 στο 0, και βρείτε τα σφάλματα  $\|f - p_3^*\|$  και  $\|f - T\|$ , όπου  $\|\cdot\|$  είναι η νόρμα που επάγει το εσωτερικό γινόμενο (1).

3. Σχεδιάστε σε μια κοινή γραφική παράσταση τις συναρτήσεις  $f$ ,  $p_3^*$  και  $T$ .

Ανάλογα με το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας επιλέξτε την αντίστοιχη  $f$ .

0.  $[a, b] = [-1, 1], \quad f(x) = (1+x)^2(1-x)^2.$

1.  $[a, b] = [-2, 2], \quad f(x) = \frac{1}{1+x^2}.$

2.  $[a, b] = [-\pi, \pi], \quad f(x) = \sin \frac{x}{2}.$

3.  $[a, b] = [-1, 1], \quad f(x) = \frac{1}{x-2}.$

4.  $[a, b] = [-\pi, \pi], \quad f(x) = x \sin x.$

5.  $[a, b] = [-2, 2], \quad f(x) = (1-x)e^{-(1-x)^2}.$

6.  $[a, b] = [-\pi, \pi], \quad f(x) = e^{-x^2} \sin x.$

7.  $[a, b] = [-2, 2], \quad f(x) = \sin x^2.$

8.  $[a, b] = [-1, 1], \quad f(x) = xe^{-x^2}.$

9.  $[a, b] = [-\pi, \pi], \quad f(x) = e^{-x^2} \cos x.$

**ΠΡΟΣΟΧΗ!**

- Μπορείτε, αν θέλετε, να δουλέψετε σε ομάδες των δύο ατόμων. Οι ομάδες αυτές θα πρέπει να παραμείνουν οι ίδιες και στην επόμενη εργαστηριακή άσκηση. Στην περίπτωση αυτή επιλέξτε την  $f$  με βάση το ακέραιο μέρος του μέσου όρου των τελευταίων ψηφίων των αριθμών μητρώου σας. Π.χ. αν κκ4 και κκ7 οι αριθμοί μητρώου, θα πρέπει να επιλέξετε την  $\left[\frac{4+7}{2}\right] = [5.5] = 5$ .
- Η εξέταση της άσκησης θα γίνει την Παρασκευή 5/5/2006 (13:00-15:00).