

2η Εργαστηριακή Άσκηση

1. Θεωρήστε το πρόβλημα συνοριακών τιμών

$$\begin{cases} -u'' + qu = f, & x \in [a, b] \\ u(a) = u(b) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

όπου $q(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [a, b]$. Γράψτε ένα πρόγραμμα Matlab (ή Fortran ή C) που να επιλύει το πρόβλημα (1) για μη ομοιόμορφο διαμερισμό ακολουθώντας τις οδηγίες στις αντίστοιχες σημειώσεις. Χρησιμοποιήστε στο πρόγραμμά σας τα δεδομένα του παραδείγματος των σημειώσεων, δηλαδή $[a, b] = [0, 4]$, $q(x) := 4$, $f(x) := 16\pi(\pi \sin(4\pi x) + \cos(4\pi x))e^{-2x}$. Τότε η ακριβής λύση είναι: $u(x) = \sin(4\pi x)e^{-2x}$. Με το πρόγραμμά σας θα πρέπει να αναπαραγάγετε τα αποτελέσματα των σημειώσεων.

2. Θεωρήστε το πρόβλημα συνοριακών τιμών

$$\begin{cases} -\varepsilon u'' + u' = 1, & x \in [a, b] \\ u(0) = u(1) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

όπου ε είναι δεδομένη θετική σταθερά. Βρείτε την ακριβή λύση του προβλήματος. Διατυπώστε μια μέθοδο πεπερασμένων διαφορών για την αριθμητική επίλυση του (2), και υλοποιήστε την σε ένα πρόγραμμα Matlab (ή Fortran ή C). Τρέξτε το πρόγραμμά σας για $\varepsilon = 0.5$ και $\varepsilon = 0.005$ χρησιμοποιώντας διαμερισμούς με 125, 250 και 500 υποδιαστήματα. Πιστεύετε ότι είναι καλύτερο να χρησιμοποιήσετε μη ομοιόμορφο διαμερισμό; Αν, ναι, πραγματοποιήστε το.

ΠΡΟΣΟΧΗ!

- Την Πέμπτη 20/11 κάθε ομάδα θα πρέπει να παραδώσει μια έκθεση (τυπωμένη κατά προτίμηση) στην οποία θα περιέχονται τόσο οι απαντήσεις στα αναλυτικά ερωτήματα, όσο και πίνακες με τα υπολογιστικά αποτελέσματα, καθώς και σχολιασμός τους. Η εξέταση θα γίνει την ίδια ημέρα στο εργαστήριο.