

Αστάθεια αλγορίθμων (...συνέχεια) (FMM, σελ. 17-19.)

Μια από τις σημαντικές συναρτήσεις των μαθηματικών είναι η εκθετική συνάρτηση e^x . Συνήθως σε κάθε υπολογιστικό σύστημα και σε κάθε γλώσσα προγραμματισμού υπάρχει ένα εσωτερικό πρόγραμμα που υλοποιεί κάποια αριθμητική μέθοδο για τον υπολογισμό τιμών της e^x . (Στη Fortran αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση της εσωτερικής συνάρτησης $\text{EXP}(X)$ σε απλή ακρίβεια ή της $\text{DEXP}(X)$ σε διπλή ακρίβεια.)

Ας υποθέσουμε προς στιγμήν ότι στον υπολογιστή μας δεν υπάρχει τέτοιο πρόγραμμα. Τότε ένας τρόπος για να υπολογίζουμε το e^x βασίζεται στο γεγονός ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$, το e^x μπορεί να παρασταθεί ως άθροισμα της συγκλίνουσας σειράς

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

Το πρόγραμμα Fortran `round.f`, σε απλή ακρίβεια, υλοποιεί αυτό τον τρόπο υπολογισμού του e^x για $x = -10.0$. (Στο άθροισμα υπολογίζονται τόσοι όροι μέχρις ότου αυτό δεν μεταβάλλεται άλλο.)

Στη θεωρία είδαμε ότι ο τρόπος αυτός υπολογισμού είναι ασταθής. Τρέξτε το πρόγραμμα και συγκρίνετε το αποτέλεσμα με την σωστή τιμή του $e^{-10} \simeq 0.453999298\text{E}-04$.

Τροποποιήστε λίγο το πρόγραμμα αυτό ώστε να υπολογίζει το e^{-10} ως $\frac{1}{e^{10}}$. Τι παρατηρείτε;