Παρασκευή 13 Μαΐου 2005

3η Εργαστηριακή Άσκηση

(Άσκηση Π4-7, FMM) Ένα εικονικό χημικό πείραμα παράγει τα εξής επτά ζεύγη δεδομένων τα οποία είναι γνωστό ότι έχουν αμελητέα σφάλματα

t	-1.000	-0.960	-0.860	-0.790	0.220	0.500	0.930
y	-1.000	-0.151	0.894	0.986	0.895	0.500	-0.306

Θέλουμε να εκτιμήσουμε τις τιμές της $y(t)$ για t μεταξύ -1.0 και 1.0 παρεμβάλλοντας τα δεδομένα. Υποθέτουμε ότι η $y(t)$ είναι μια πολύ ομαλή συνάρτηση.

1. Παραστήστε γραφικά τα δεδομένα.

2. Προσδιορίστε το μοναδικό πολυώνυμο παρεμβολής p 6ου βαθμού που παρεμβάλλεται στα δεδομένα. Ένας τρόπος για να το πετύχετε είναι να παραστήσετε το πολυώνυμο στη μορφή $p(x) = a_1x^6 + a_2x^5 + \cdots + a_6x + a_7$, και στη συνέχεια να υπολογίσετε τους συντελεστές a_i, $i = 1, 2, \ldots, 7$, λύνοντας το γραμμικό σύστημα που προκύπτει από τις σχέσεις $p(t_i) = y_i$, $i = 1, 2, \ldots, 7$, με τη βοήθεια των υποπρογραμμάτων `DECOMP` και `SOLVE`. Στη συνέχεια υπολογίστε τις τιμές του πολυωνύμου παρεμβολής, με το σχήμα του Horner, στα ισαπέχοντα σημεία του διαστήματος [-1,1], $x_i = -1.0 + (i-1)h$, $i = 1, 2, \ldots, 201$, με βήμα $h = 0.01$, και κάντε τη γραφική παράσταση του πολυωνύμου.

3. Χρησιμοποιήστε το υποπρόγραμμα `SPLINE` για να προσδιορίσετε τους συντελεστές της κυβικής spline που παρεμβάλλεται στα δεδομένα. Στη συνέχεια χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση `SEVAL` για να πάρετε τιμές της spline στα ισαπέχοντα σημεία του διαστήματος [-1,1], $x_i = -1.0 + (i-1)h$, $i = 1, 2, \ldots, 201$, με βήμα $h = 0.01$, και παραστήστε την γραφικά.

4. Οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις θα πρέπει να παρουσιάζονται στο ίδιο σχήμα. Πιστεύετε ότι το πολυώνυμο παρεμβολής ή η κυβική spline προσεγγίζει καλύτερα την «τάση» των δεδομένων;

Παρατηρήσεις: 1. Οι γραφικές παραστάσεις που ζητούνται στα παραπάνω ερωτήματα μπορούν να γίνουν εύκολα, αν αποθηκεύσετε τα αποτελέσματά σας σε αρχεία με ονόματα π.χ. `out1.dat, out2.dat`, με το πρόγραμμα `gnuplot` ως εξής:

```
$ gnuplot
> plot 'inp.dat' with linespoints pt 3 ps 2
> replot 'out1.dat' w l lt 5
> replot 'out2.dat' w l lt 3
> set title 'Ovoma kai arithmos mntrwou'
> set term post
> set output 'graph.ps'
> replot
> quit
```

Τυπώστε το αρχείο `graph.ps`. Μπορείτε να δείτε το αρχείο αυτό, προτού το τυπώσετε, με την εντολή:
`gv graph.ps`.

2. Η εξέταση της άσκησης θα γίνει την εβδομάδα 23/5 - 27/5 σε ώρα που θα ανακοινωθεί στην ιστοσελίδα του μαθήματος.