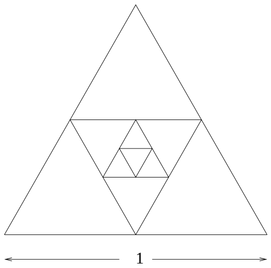
ΕΜ 191: Εισαγωγή στους Αριθμητικούς Αλγορίθμους (Ακαδ. έτος 2004–2005)

Παρασκευή 18 Μαρτίου 2005

1η Εργαστηριακή Άσκηση

1. Ένα ισόπλευρο τρίγωνο έχει πλευρές ίσες με τη μονάδα. Κατασκευάζουμε ένα δεύτερο ισόπλευρο τρίγωνο μέσα στο πρώτο παίρνοντας ως κορυφές του δεύτερου τριγώνου τα μέσα των πλευρών του πρώτου τριγώνου. Στη συνέχεια κατασκευάζουμε ένα τρίτο τρίγωνο μέσα στο δεύτερο με τον ίδιο τρόπο κ.ο.κ. (δες το Σχήμα).



   Γράψτε ένα πρόγραμμα Fortran, σε απλή ακρίβεια, που να υπολογίζει:
   (i) το άθροισμα των περιμέτρων των 20 πρώτων τριγώνων.
   (ii) το άθροισμα των εμβαδών των 20 πρώτων τριγώνων.
   Υπολογίστε τις τιμές αυτές αναλυτικά και συγκρίνετέ τις με τις τιμές που δίνει το πρόγραμμά σας.

2. Για την ακολουθία $a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$, $n = 1, 2, \ldots$, ισχύει προφανώς ότι $\lim a_n = 0$. Μπορεί κανείς να υπολογίσει τους όρους της ακολουθίας (a_n) μέσω των αναδρομικών τύπων (γιατί;)

$$p_0 = 1, \quad p_n = \frac{1}{3}\, p_{n-1}, \quad n = 1, 2, \ldots, \tag{1}$$

   ή

$$q_0 = 1, \quad q_1 = \frac{1}{3}, \quad q_n = \frac{10}{3}\, q_{n-1} - q_{n-2}, \quad n = 2, 3, \ldots. \tag{2}$$

   Γράψτε ένα πρόγραμμα Fortran, σε απλή ακρίβεια, που να υπολογίζει τον όρο $a_{20} = \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$ υλοποιώντας τις (1) και (2). Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με την ακριβή τιμή του $a_{20} \simeq 2.86797 \times 10^{-10}$. Τι παρατηρείτε; Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

3. Η ακολουθία Fibonacci ορίζεται ως εξής: Οι δύο πρώτοι όροι της είναι το 0 και το 1 και κάθε επόμενος είναι το άθροισμα των δύο προηγούμενων. Έτσι μερικοί από τους πρώτους όρους της ακολουθίας είναι οι $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_3 = 2$, $a_4 = 3$, $a_5 = 5$, $a_6 = 8, \ldots$. Γράψτε ένα πρόγραμμα Fortran που να εκτυπώνει σε ένα αρχείο τους όρους της ακολουθίας Fibonacci που είναι μικρότεροι από 10000. Στο αρχείο σας θα πρέπει να εμφανίζονται το ακόλουθο μήνυμα και οι τιμές στη μορφή:

```
The terms of the Fibonacci sequence:
  a(1)  =    1
     ⋮  ⋮    ⋮
  a(9)  =   34
 a(10)  =   55
     ⋮  ⋮    ⋮
 a(12)  =  144
```

- Η εξέταση της άσκησης θα γίνει την εβδομάδα 28/3 - 1/4 σε ώρα που θα ανακοινωθεί στην ιστοσελίδα του μαθήματος.