

## 3η Εργαστηριακή Άσκηση

1. Έστω  $x_i, i = 0, 1, \dots, n$  διαφορετικά ανα δύο σημεία και  $y_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \dots, n$ . Το πολυώνυμο παρεμβολής  $p \in \mathbb{P}_n$  γράφεται στη μορφή του Νεύτωνα ως

$$p_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + a_n(x - x_0) \dots (x - x_{n-1}),$$

οπότε οι συντελεστές  $a_i, i = 0, 1, \dots, n$ , μπορούν να υπολογισθούν βάσει του ακόλουθου αλγορίθμου

$$\begin{aligned} a_i &= y_i, i = 0, 1, \dots, n \\ \text{Για } k &= 1, \dots, n \\ \text{Για } i &= 0, \dots, k - 1 \\ a_k &= (a_k - a_i)/(x_k - x_i) \\ \text{τέλος} \\ \text{τέλος} \end{aligned}$$

Αν οι συντελεστές  $a_i, i = 0, \dots, n$ , είναι γνωστοί, τότε η τιμή  $p_n(z)$  του πολυωνύμου παρεμβολής στο σημείο  $z$ , υπολογίζεται με το σχήμα του Horner σύμφωνα με τον αλγόριθμο

$$\begin{aligned} s &= a_n \\ \text{Για } i &= n - 1, \dots, 0 \\ s &= a_i + (z - x_i)s \\ \text{τέλος} \\ p_n(z) &= s \end{aligned}$$

Υλοποιήστε ένα υποπρόγραμμα INTERP με ορίσματα το βαθμό του πολυωνύμου παρεμβολής  $n$ , τα σημεία παρεμβολής  $x_i, i = 0, \dots, n$ , και τα αντίστοιχα  $y_i, i = 0, \dots, n$ , το οποίο να υπολογίζει τους συντελεστές  $a_i$  του πολυωνύμου παρεμβολής βάσει του αλγορίθμου που δόθηκε παραπάνω.

2. Δίνεται ο ακόλουθος πίνακας

$t$	1951	1961	1971	1981	1991	2001
$y$	7,632,801	8,388,553	8,768,641	9,740,417	10,259,900	10,964,020

όπου  $y_i$  είναι ο πληθυσμός της Ελλάδας το έτος  $t_i$ . Χρησιμοποιήστε το υποπρόγραμμα του ερωτήματος 1 για να υπολογίσετε το πολυώνυμο παρεμβολής  $p \in \mathbb{P}_5$ , που παρεμβάλλεται στις τιμές  $y_i$  στα σημεία  $t_i$ , και έτσι εκτιμήστε τον πληθυσμό της Ελλάδας τα έτη 1965, 1983 και 1996. Στη συνέχεια αποθηκεύστε σε ένα αρχείο με όνομα `lagran.dat` εκτιμήσεις για το μέγεθος του πληθυσμού κάθε δύο χρόνια. Τα αποτελέσματά σας θα πρέπει να αποθηκευτούν σε δύο στήλες. Η πρώτη στήλη θα περιέχει τις χρονολογίες, δηλ.  $t_i = 1951 + i \Delta t, i = 0, 1, 2, \dots, 25$ , όπου  $\Delta t = 2$ , ενώ η δεύτερη στήλη θα περιέχει τα  $y_i, i = 0, 1, 2, \dots, 25$ , δηλ. τις εκτιμήσεις του πληθυσμού στα έτη  $t_i$ .

3. Απαντήστε στο ερώτημα 2 χρησιμοποιώντας τα υποπρογράμματα `SPLINE` και `SEVAL` (βλ. σελ. 78–88 του βιβλίου: G. Forsythe, M. Malcolm, C. Moler, Αριθμητικές μέθοδοι και προγράμματα για μαθηματικούς υπολογισμούς, Π.Ε.Κ., 2000.) Αποθηκεύστε σε ένα αρχείο με όνομα `spline.dat`, σε δύο στήλες, τις τιμές  $t_i, s(t_i), i = 0, 1, \dots, 25$ .

4. Σχεδιάστε στο ίδιο σχήμα τα αποτελέσματα των Ερωτημάτων 2 και 3. Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα με τη βοήθεια του `gnuplot`:

```
$ gnuplot
> set title 'Όνομα και αριθμος mntrow'
> plot 'lagran.dat' w l, 'spline.dat' w l
> set term post
> set output 'figure.ps'
> replot
> quit
```

Τυπώστε το αρχείο `figure.ps`.

(Μπορείτε να δείτε το αρχείο αυτό, προτού το εκτυπώσετε, με την εντολή `gv figure.ps`.)

### ΠΡΟΣΟΧΗ!

- Η συναρτήσεις `SPLINE` και `SEVAL` υπάρχουν στο πρόγραμμα `spline.f`, που βρίσκεται στην ιστοσελίδα του μαθήματος.
- Θα πρέπει να δουλέψετε στις ίδιες ομάδες όπως της Άσκησης 1.
- Η εξέταση του εργαστηριακού μέρους της άσκησης θα γίνει την Τρίτη 18/12/2007 (11:00-13:00) και την Τετάρτη 19/12/2007 (13:00-15:00). Επίσης την Τρίτη 18/12/2007 θα πρέπει να παραδώσετε μια έκθεση που να περιέχει τα αποτελέσματά σας, τυπωμένο το σχήμα, και σχόλια σχετικά με το ποιά μέθοδος δίνει κατά τη γνώμη σας πιο αξιόπιστα αποτελέσματα και γιατί;