Τρίτη 28 Ιουνίου 2005

2η Εργαστηριακή Άσκηση

Ένα κλασσικό παράδειγμα πινάκων κακής κατάστασης είναι οι πίνακες Hilbert H_n, με στοιχεία

$$H_n(i,j) = \frac{1}{i+j-1}, \quad i,j = 1,\ldots,n.$$

Χρησιμοποιήστε τα υποπρογράμματα `DGETRF` και `DGETRS` του LAPACK για να λύσετε το γραμμικό σύστημα $H_n x = b$, όπου H_n είναι ο πίνακας Hilbert διάστασης n. Χρησιμοποιήστε ακόμη το υποπρόγραμμα `DGECON` του LAPACK για να πάρετε μια εκτίμηση για το δείκτη κατάστασης του πίνακα H_n στη νόρμα $\|\cdot\|_1$. Το διάνυσμα b κατασκευάστε το έτσι ώστε η ακριβής λύση του συστήματος $H_n x = b$ να είναι $x = (100, 100, \ldots, 100)^T$. Τρέξτε το πρόγραμμά σας για τις τιμές του $n = 6, 8, 10$ και 12, και υπολογίστε το σχετικό σφάλμα $\|x - \widetilde{x}\|_1 / \|x\|_1$, όπου x είναι η ακριβής λύση και $\widetilde{x}$ η λύση που δίνει το πρόγραμμά σας. Για να υπολογίσετε την ποσότητα $\|x - \widetilde{x}\|_1$ υλοποιήστε τη συνάρτηση:

```
DOUBLE PRECISION FUNCTION VNORM(N,U,V)
INTEGER N
DOUBLE PRECISION U(*), V(*)
```

Κάντε μια γραφική παράσταση (χρησιμοποιώντας λογαριθμική κλίμακα) που να απεικονίζει τη συμπεριφορά του σφάλματος ως προς τον δείκτη κατάστασης για τις διάφορες τιμές του n. Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα, αν αποθηκεύσετε τα αποτελέσματά σας σε ένα αρχείο με όνομα π.χ. `reserr.dat`, με το πρόγραμμα `gnuplot` ως εξής:

```
$ gnuplot
> set parametric
> set logscale x
> set logscale y
> set title 'Ovoma kai arithmos mntrwou'
> plot 'reserr.dat' w l
> set term post
> set output 'errors.ps'
> replot
> quit
```

Τυπώστε το αρχείο `errors.ps`. Μπορείτε να δείτε το αρχείο αυτό, προτού το τυπώσετε, με την εντολή `gv errors.ps`.

<u>ΠΡΟΣΟΧΗ!</u>

- Ανατρέξτε στις σημειώσεις για το LAPACK που υπάρχουν στην ιστοσελίδα του μαθήματος. (Βλέπε ανακοίνωση Τετάρτης 10 Νοεμβρίου 2004.) Όσοι χρησιμοποιήσουν γλώσσα C, θα πρέπει να τροποποιήσουν κατάλληλα τις παραπάνω συναρτήσεις και υποπρογράμματα και να διαβάσουν την παράγραφο των σημειώσεων του LAPACK σχετικά με την κλήση υποπρογραμμάτων του LAPACK από προγράμματα C.
- Κατά τη διάρκεια της εξέτασης θα πρέπει να έχετε μαζί σας τυπωμένο το σχήμα.