ΕΜ 181: Αριθμητική Ανάλυση Ι (Ακαδ. έτος 2004–2005)

Τρίτη 28 Ιουνίου 2005

1η Εργαστηριακή Άσκηση

1. Γράψτε ένα πρόγραμμα Fortran ή C σε διπλή ακρίβεια, το οποίο να προσεγγίζει μία ρίζα x^* της εξίσωσης $f(x) = 0$ με τη μέθοδο του Νεύτωνα. Δηλ. το πρόγραμμά σας πρέπει να υπολογίζει τους όρους x_n της ακολουθίας

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots,$$

όπου x_0 δεδομένη αρχική προσέγγιση της x^*. Οι συναρτήσεις f και f' θα πρέπει να υπολογίζονται από τις συναρτήσεις `ffun(x)` και `dffun(x)`, αντίστοιχα. Ως δεδομένα εισόδου θα πρέπει να δίνονται η αρχική προσέγγιση x_0, και οι παράμετροι `TOL`> 0 και `NMAX` (φυσικός). Ως κριτήριο τερματισμού θα χρησιμοποιείται το εξής: Αν $|x_{n+1} - x_n| \leq$`TOL` για πρώτη φορά, τότε θεώρησε το x_{n+1} ως «ρίζα». Για ασφάλεια εκτελέστε το πολύ `NMAX` επαναλήψεις. Με τη βοήθεια του προγράμματος αυτού απαντήστε στα εξής ερωτήματα:

   (α′) Δοκιμάστε το πρόγραμμά σας στην συνάρτηση $f(x) := -2x^2 + x + 3$ για την προσέγγιση της ρίζας $x^* = 1.5$. Με $x_0 = 5$, `TOL`$=10^{-6}$, και `NMAX`$=10$, τυπώστε τα x_n, $f(x_n)$ και $|x_n - x_{n+1}|$ και «βεβαιωθείτε» υπολογιστικά ότι τα x_n τείνουν στην x^*.

   (β′) Αποδείξτε *αναλυτικά* (δηλ. με μελέτη συνάρτησης), ότι η εξίσωση $f(x) := 3x - 2\sin x + 6 = 0$ έχει μόνο μία πραγματική ρίζα ρ. Χρησιμοποιώντας παραμέτρους x_0, `TOL` και `NMAX` της επιλογής σας, υπολογίστε τη ρίζα αυτή με ακρίβεια 5 δεκαδικών ψηφίων.

2. Χρησιμοποιώντας το υποπρόγραμμα – συνάρτηση `ZEROIN`, με παραμέτρους της επιλογής σας, υπολογίστε τις ρίζες των συναρτήσεων των ερωτημάτων 1α′ και 1β′. (Ένα παράδειγμα χρήσης της `ZEROIN` υπάρχει στην ιστοσελίδα του μαθήματος στο αρχείο `exzer.f`. Περισσότερα σχετικά με τη `ZEROIN` μπορείτε να βρείτε στο Κεφ. 7 του βιβλίου των Forsythe–Malcolm–Moler, Αριθμητικές Μέθοδοι και Προγράμματα για Μαθηματικούς Υπολογισμούς, Π.Ε.Κ., 2000.)

<u>ΠΡΟΣΟΧΗ!</u>

- Κατά τη διάρκεια της εξέτασης θα πρέπει να έχετε μαζί σας τυπωμένες ή χειρόγραφες τις απαντήσεις στο θέμα 1β′ (μελέτη συνάρτησης κλπ.)