

Δευτέρα 4 Δεκεμβρίου 2005

3η Εργαστηριακή Άσκηση

1. Έστω $x_i, i = 0, 1, \dots, n$ διαφορετικά ανα δύο σημεία και $y_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \dots, n$. Το πολυώνυμο παρεμβολής $p \in \mathbb{P}_n$ γράφεται στη μορφή του Νεύτωνα ως

$$p_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + a_n(x - x_0) \dots (x - x_{n-1}),$$

οπότε οι συντελεστές $a_i, i = 0, 1, \dots, n$, μπορούν να υπολογισθούν βάσει του ακόλουθου αλγορίθμου

$$a_i = y_i, i = 0, 1, \dots, n$$

$$\text{Για } k = 1, \dots, n$$

$$\text{Για } i = 0, \dots, k - 1$$

$$a_k = (a_k - a_i) / (x_k - x_i)$$

τέλος

τέλος

Αν οι συντελεστές $a_i, i = 0, \dots, n$, είναι γνωστοί, τότε η τιμή $p_n(z)$ του πολυωνύμου παρεμβολής στο σημείο z , υπολογίζεται με το σχήμα του Horner σύμφωνα με τον αλγόριθμο

$$s = a_n$$

$$\text{Για } i = n - 1, \dots, 0$$

$$s = a_i + (z - x_i)s$$

τέλος

$$p_n(z) = s$$

Υλοποιήστε ένα υποπρόγραμμα `INTERP` με ορίσματα το βαθμό του πολυωνύμου παρεμβολής n , τα σημεία παρεμβολής $x_i, i = 0, \dots, n$, και τα αντίστοιχα $y_i, i = 0, \dots, n$, το οποίο να υπολογίζει τους συντελεστές a_i του πολυωνύμου παρεμβολής βάσει του αλγορίθμου που δόθηκε παραπάνω.

2. Έστω $x_i = i - 10, i = 0, 1, \dots, 20$ και $y_i = \begin{cases} 1, & \text{για } i = 10 \\ 0, & \text{για } i \neq 10 \end{cases}, i = 0, 1, \dots, 20$.

Χρησιμοποιήστε το υποπρόγραμμα του ερωτήματος 1 για να υπολογίσετε το πολυώνυμο παρεμβολής $p \in \mathbb{P}_{20}$ (βαθμού ≤ 20), που παρεμβάλλεται στις τιμές y_i στα σημεία x_i . Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να υπολογίζει τις τιμές του πολυωνύμου παρεμβολής σε 201 ισαπέχοντα σημεία του διαστήματος $[-10, 10]$ και να τις αποθηκεύει σ' ένα αρχείο. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια του `gnuplot`, σχεδιάστε τη γραφική παράσταση του πολυωνύμου παρεμβολής.

(**Προσοχή:** Στο αρχείο δεν πρέπει να εκτυπώνονται οι συντελεστές του πολυωνύμου, παρά μόνο τα 201 σημεία του διαστήματος $[-10, 10]$ και οι αντίστοιχες τιμές του πολυωνύμου στα σημεία αυτά.)

3. Απαντήστε στο ερώτημα 2 χρησιμοποιώντας τα υποπρογράμματα `SPLINE` και `SEVAL` (βλ. σελ. 78–88 του βιβλίου: G. Forsythe, M. Malcolm, C. Moler, Αριθμητικές μέθοδοι και προγράμματα για μαθηματικούς υπολογισμούς, Π.Ε.Κ., 2000.) Χρησιμοποιήστε το υποπρόγραμμα `SPLINE` για να προσδιορίσετε τους

συντελεστές της κυβικής spline που παρεμβάλλεται στα δεδομένα. Στη συνέχεια χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση SEVAL για να πάρετε τιμές της spline σε 201, και πάλι, ισαπέχοντα σημεία του διαστήματος $[-10,10]$. Σχεδιάστε τα αποτελέσματα που παίρνετε στο ίδιο σχήμα με εκείνα του ερωτήματος 2.

Παρατηρήσεις

- Τα υποπρογράμματα SPLINE και SEVAL, μαζί με ένα παράδειγμα για τη χρήση τους, μπορείτε να τα βρείτε στο αρχείο spline.f στη σελίδα του μαθήματος.
- Θα πρέπει να δουλέψετε στις ίδιες ομάδες με αυτές των προηγούμενων ασκήσεων.
- Η εξέταση της άσκησης θα γίνει την εβδομάδα 12/12–16/12 σε ώρες που θα ανακοινωθούν την Πέμπτη 8/12.
- Κατά τη διάρκεια της εξέτασης θα πρέπει να έχετε μαζί σας τυπωμένο το σχήμα.